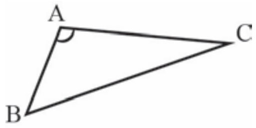
نقد و تحلیل پرسش‌های هندسه پایه و تحلیلی(رشته‌ی‌ریاضی) آزمون جامع۴ سنجش.۱۵خرداد۱۳۹۴

به نام خدا

هندسه‌ی پایه (رشته‌ی ریاضی):

۱۲۷- (سطح به‌نسبت دشوار) البته خیلی هم دشوار نیست و به‌دلیل نداشتن شکل ممکن است سخت به نظر برسد. نوشتن قضیه‌ی کسینوس‌ها در محاسبه‌ی ضلع مثلث‌هایی که دو ضلع مجاور و زاویه‌ی بین آن‌ها معلوم است، کاربردی است.

$$\boxed{BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times \operatorname{Cos}A}$$



۱۲۸-(سطح دشوار) می‌دانیم هر نقطه داخل مثلث متساوی‌الاضلاع مجموع فواصلش تا سه ضلع برابر ارتفاع $\boxed{\left(\frac{\sqrt{3}a}{2}\right)}$ مثلث است. در حل این تست که البته رسم شکل آن نیز کمی دشوار است باید مجموع فواصل را مساوی ارتفاع قرار می‌دادیم. این تست دقیقاً یکی از تست‌های سراسری سال ۹۲ داخل است.

۱۲۹-(سطح متوسط) شعاع دایره محاطی هر مثلث از فرمول $\boxed{r = \frac{S}{P}}$ به راحتی قابل محاسبه است.

(S: مساحت مثلث ، P: نصف محیط)

۱۳۰- (سطح ساده) دو مثلث در این شکل وجود دارند که به دلیل برابری زوایا متشابه‌اند می‌دانیم نسبت مساحتها ، با توان دوم نسبت تشابه برابر است و از این جا به راحتی پس از محاسبه x از روی نسبت تشابه‌ها می‌توانیم به پاسخ برسیم.

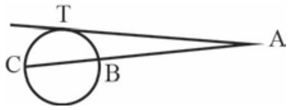
۱۳۱-(سطح متوسط) شعاع دایره محیطی از فرمول $\boxed{R = \frac{abc}{4S}}$ (abc: ضریب اضلاع ، S: مساحت) به سادگی قابل محاسبه است که البته این فرمول در کتاب درسی نظام جدید موجود نیست و دانستن آن به همراه شعاع دایره محاطی هر مثلث $\boxed{r = \frac{S}{P}}$ خالی از لطف نیست. طراح این آزمون علاقه‌ی زیادی به دایره‌های محاطی و محیط مثلث داشته!!!

۱۳۲-(سطح دشوار) این پرسش نیز به‌طورمستقیم با خواص دایره‌های محاطی و محیطی مثلث ارتباط دارد و سؤال کنکور سراسری سال‌های دور است که دیگر در کنکورهای جدید مطرح نیست.

۱۳۳-(دشوار) این پرسش باز هم به خواص ۴ ضلعی محاطی ارتباط دارد و با نوشتن دو تساوی زاویه‌های مکمل، به جواب می‌رسیم. این پرسش نیز در کنکور ۹۲ داخل کشور آمده بود. (در هر چهار ضلعی محاطی مجموع زوایای مقابل ۱۸۰ است)

۱۳۴- (متوسط) طول پاره خط مماس، یکی از مطالب بسیار مهم و پر تکرار در هندسه سال سوم است و توصیه می‌کنم این پرسش را برخلاف سه پرسش قبلی که خیلی در حیطه‌ی کتاب درسی نبوده با دقّت حلّ و تجزیه و تحلیل کنید.

$$\boxed{AT^2 = AB \times AC}$$



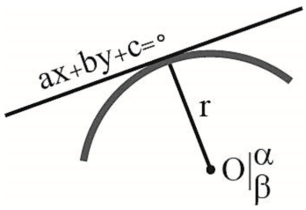
هندسه تحلیلی:

۱۳۵- (سطح ساده) مساحت متوازی‌الاضلاع و مساحت مثلث از پرسش‌های پرتکرار کنکور سراسری است. در بیشتر موارد، مختصات سه رأس C,B,A را می‌دهند و ما خودمان باید بردارهای $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ را تشکیل دهیم؛ ولی در این پرسش، خود بردار $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ داده شده‌اند، پس فقط $\boxed{\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right|}$ کافیست تا مساحت مثلث ساخته شود.

۱۳۶- (سطح ساده) حجم متوازی السطوح از ضرب سه بردار c,b,a ساخته می‌شود. $\boxed{N = |a.(b \times c)|}$ باز این مطلب نیز بارها پرسش کنکور بوده است. دقت کنید اگر سه بردار c,b,a هم صفحه باشند یعنی ضرب مختلط آنها صفر است که در آزمون سنجش قبلی نیز مطرح شده بود.

۱۳۷-(سطح ساده) اگر خطی به صفحه‌ای عمود باشد، بردارهای خط و بردار نرمال صفحه یکی هستند. با داشتن بردار نرمال و یک نقطه به راحتی می توان معادله صفحه را نوشت.

۱۳۸-(سطح ساده) مفهوم خط مماس بر دایره و شعاع دایره بسیار تکراری و مهم است، چون خط مماس در نقطه‌ی مماس بر شعاع دایره عمود است و از این مفهوم می‌توانیم با نوشتن فرمول فاصله‌ی نقطه از خط، طول شعاع را محاسبه کنیم؛ و چنانچه در پرسشی نظیر همین تست، شعاع را به همراه مرکز داشته باشیم، می‌توانیم مقدار m را محاسبه کنیم.



$$\boxed{r = \frac{|a\overset{\alpha}{x} + b\overset{\beta}{y} + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}}$$

۱۳۹-(سطح ساده)

از معادله $AX = B$ به راحتی می‌توان ماتریس X را محاسبه کرد؛ کافیست از طرف چپ، وارون A را در دوطرف ضرب کنیم

$\boxed{\underbrace{A^{-1}A}_{I}X = A^{-1}B}$ پس: $\boxed{X = A^{-1}\underbrace{B}_{\substack{\downarrow \\ A^T}} = A^{-1}A^T}$ بنابراین می‌توان به راحتی $x + y$ را حساب کرد.

۱۴۰-(سطح دشوار)

مکان هندسی معمولاً از بحث‌هایی است که دانش‌پژوهان با حل مسئله‌های آن مشکل دارند؛ ولی این پرسش که برگرفته از تمرین‌های کتاب درسی است، به راحتی مقابلِ حل است؛ فقط کافیست نقطه‌ای مانند P(x,y) را روی مکان هندسی اختیار کنیم و فاصله‌اش را تا نقطه و خطّ داده شده بنویسیم. این پرسش فقط یک‌بار در کنکور خارج کشور ۹۳ آمده و به نظر می‌آید برای کنکور امسال نیز استفاده شود.

۱۴۱-(سطح متوسط) یکی از تمرین‌های کتاب درسی که معمولاً در رشته‌ی تجربی مورد پرسش بوده همین تست است. کافیست معادله‌ی $\boxed{x^2 + y^2 + ax + by + c = 0}$ را نوشته و سه نقطه را در آن صدق دهیم. از روش سه معادله-سه مجهول c,b,a و از آنجا شعاع دایره را محاسبه کنیم.

۱۴۲- (سطح دشوار) این پرسش در سال‌های دور (کنکورهای نظام قدیم) آن هم به شکل مثلثاتی مطرح می‌شد و باید معادله‌ای مستقل از t بسازیم و از آنجا نوع مقطع مخروطی را تشخیص دهیم.

۱۴۳- (سطح متوسط) دترمینان ماتریس $\boxed{\underset{n \times n}{\underset{\downarrow}{AA^T}}}$ از مطلب‌های حدسی کنکور امسال است و در تمرین‌های کتاب از آن چند سؤال مطرح شده

$\boxed{|AA^T| = |A||A^T| = |A|^2}$ همچنین دانستن این مطلب نیز اهمیت دارد که ماتریس AA^T و A^TA همواره متقارن هستند.

مهندس علیرضا شریف‌خطیبی