



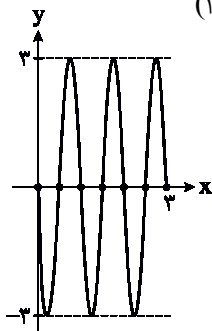
(مدت پاسخ‌گویی: ۱۵ دقیقه)

۱۰۱- به‌ازای کدام مجموعه مقادیر  $a$  نمودار تابع  $f(x) = ax^2 + (a+3)x - 1$  محور  $x$  ها را در دو نقطه به طول‌های منفی قطع می‌کند؟

- (۱)  $a < -9$  (۲)  $a < -3$  (۳)  $a > -1$  (۴)  $-3 < a < 0$

۱۰۲- برد تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = (x + |x|)\sqrt{\frac{2-x}{x}}$  کدام است؟

- (۱)  $(0, 1]$  (۲)  $[0, 2]$  (۳)  $[1, 2]$  (۴)  $(1, 3)$



۱۰۳- شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin(b\pi x)$  است.  $a, b$  کدام است؟

- (۱)  $-6$  (۲)  $-3$  (۳)  $4/5$  (۴)  $6$

۱۰۴- از هر یک از ۸ مدرسه علاقه‌مند، ۶ نفر برای بازی تنیس ۴ نفری (۲ نفر در مقابل ۲ نفر) انتخاب شده‌اند. به چند طریق این بازی ممکن است انجام شود. به‌طوری که هر دو نفر همیار هم، از یک مدرسه باشند؟ (بازی بین مدارس مختلف برگزار می‌شود.) (با کمی تغییر)

- (۱) ۴۲۰۰ (۲) ۵۲۰۰ (۳) ۵۶۰۰ (۴) ۶۳۰۰

۱۰۵- یازده کیلوگرم رنگ با غلظت ۴۰ درصد با چهار کیلوگرم رنگ از همان نوع با غلظت ۷۰ درصد مخلوط شده‌اند. با تبخیر چند کیلوگرم آن، غلظت محلول به ۵۰ درصد می‌رسد؟

- (۱) ۰/۴ (۲) ۰/۵ (۳) ۰/۶ (۴) ۰/۸

۱۰۶- مجموعه جواب نامعادله‌ی  $|x^2 - 2x| < x$  کدام بازه است؟

- (۱)  $(0, 1)$  (۲)  $(0, 3)$  (۳)  $(1, 2)$  (۴)  $(1, 3)$

۱۰۷- اگر  $f(x) = x - [x]$  آن‌گاه برد تابع  $g(x) = f(2x - 3) - 2f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $[-1, 0]$  (۲)  $[0, 1]$  (۳)  $\{-1, 0\}$  (۴)  $\{0, 1\}$

۱۰۸- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = 2x - |4 - 2x|$  در بازه‌های وارون‌پذیر است. ضابطه‌ی  $f^{-1}(x)$  در آن بازه کدام است؟

- (۱)  $x \geq 4$  و  $\frac{1}{4}x + 1$  (۲)  $x \leq 4$  و  $\frac{1}{4}x - 1$  (۳)  $x \geq 4$  و  $\frac{1}{4}x - 1$  (۴)  $x \leq 4$  و  $\frac{1}{4}x + 1$

۱۰۹- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی  $2 \cos 2x = \cot x (4 \sin x + \tan x)$  کدام است؟

- (۱)  $k\pi - \frac{\pi}{3}$  (۲)  $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۳)  $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$  (۴)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

۱۱۰- حاصل  $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{8}$  (۲)  $\frac{\pi}{4}$  (۳)  $\frac{3\pi}{8}$  (۴)  $\frac{\pi}{2}$



۱۱۱- اگر  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{6}^+} \frac{[4 \cos^2 \pi x] - 12x}{ax + b} = \frac{1}{2}$  باشد. آن گاه  $a + b$  کدام است؟ (نماد [ ] به مفهوم جزء صحیح است).

- (۱) -۲۰ (۲) -۱۶ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۱۱۲- در تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{x} & ; x \geq 1 \\ x^2 + ax + b & ; x < 1 \end{cases}$  مقدار  $f'(1)$  موجود است،  $f(1 - \sqrt{2})$  کدام است؟

- (۱)  $3 - \sqrt{2}$  (۲)  $2 - \sqrt{2}$  (۳)  $2 - 2\sqrt{2}$  (۴)  $3 - 2\sqrt{2}$

۱۱۳- اگر  $f(x) = \max \left\{ x^2, \left| x - \frac{3}{4} \right| \right\}$  باشد. کمترین مقدار تابع  $f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{4}{9}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۱۴- حد عبارت  $\left[ \frac{\sin x}{x} \right] + 2 \left[ \frac{x}{\sin x} \right]$  وقتی  $x \rightarrow 0$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) حد ندارد

۱۱۵- به ازای کدام مقدار  $a$  تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{1-\sqrt{x}}}{x-1} & ; x \neq 1 \\ a & ; x = 1 \end{cases}$  در نقطه  $x = 1$  پیوسته است؟

- (۱)  $-\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{6}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴) هیچ مقدار  $a$

۱۱۶- نمودار تابع  $f(x) = x + \sqrt[3]{x^2 - x^3}$  با کدام طول مجانب خود را قطع می‌کند؟

- (۱)  $\frac{1}{9}$  (۲)  $\frac{1}{6}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۱۷- خط گذرا بر دو نقطه  $(1, 2)$  و  $(-1, 3)$ ، بر منحنی پیوسته  $y = f(x)$  در نقطه  $x = 3$  مماس است. حد عبارت

$$\frac{f'(x)f(x) - 5}{3-x}$$

وقتی  $x \rightarrow 3$ ، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۱۸- اگر  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$  و  $g(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$  حاصل  $f'(x) \cdot g'(f(x))$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳)  $x$  (۴)  $\frac{1}{2}x$

۱۱۹- اگر  $x > -2$ ؛  $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ ، خط قائم بر نمودار تابع  $f^{-1}$  در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر آن، محور  $x$  ها را با کدام

طول، قطع می‌کند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

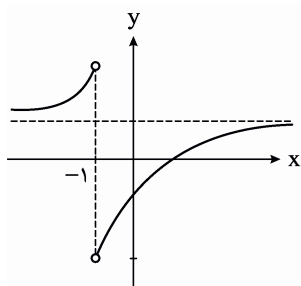


۱۲۰- به ازای کدام مجموعه مقادیر  $a$ ، طول یکی از نقاط اکسترمم نسبی تابع با ضابطه  $f(x) = x^3 + ax^2 - 8x$ ، در بازه  $(1, 4)$  قرار می‌گیرد؟

- (۱)  $-3 < a < 1/5$       (۲)  $-3 < a < 2/5$       (۳)  $-5 < a < 1/5$       (۴)  $-5 < a < 2/5$

۱۲۱- نقاط بحرانی بر روی نمودار تابع  $f(x) = (x-1)|x^2 + x - 2|$  سه رأس مثلثی هستند، مساحت این مثلث کدام است؟

- (۱) ۴      (۲) ۴/۵      (۳) ۶      (۴) ۸



۱۲۲- شکل روبه‌رو نمودار تابع  $y = \tan^{-1} U$  است.  $U(x)$  برابر کدام است؟

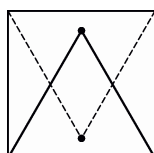
- (۱)  $\frac{1-x}{1+x}$       (۲)  $\frac{1+x}{1-x}$   
 (۳)  $\frac{x+1}{x-1}$       (۴)  $\frac{x-1}{x+1}$

۱۲۳- برای تابع  $f(x) = \frac{x}{1+x}$ ، روی بازه  $[0, 2]$  با انتخاب  $n = 4$ ، در بررسی انتگرال معین، مجموع بالا یعنی  $U_f$  کدام است؟

- (۱) ۰/۹۵      (۲) ۱/۰۲      (۳) ۱/۰۵      (۴) ۱/۰۸

۱۲۴- حاصل انتگرال  $\int_1^4 (\sqrt{(1+\sqrt{x})^2} - 4\sqrt{x}) dx$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$       (۲)  $\frac{5}{3}$       (۳)  $\frac{7}{3}$       (۴)  $\frac{8}{3}$



۱۲۵- در شکل زیر بر روی دو ضلع مقابل مربع، مثلث‌های متساوی‌الاضلاع ساخته شده‌است. قطر بزرگ‌تر لوزی حاصل، چند برابر ضلع مربع اصلی است؟

- (۱)  $2 - \sqrt{3}$       (۲)  $\frac{1}{3}$       (۳)  $\frac{1}{2}$       (۴)  $\sqrt{3} - 1$

۱۲۶- در داخل یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع واحد، بزرگ‌ترین مربع ممکن را می‌سازیم، اندازه‌ی ضلع مربع کدام است؟

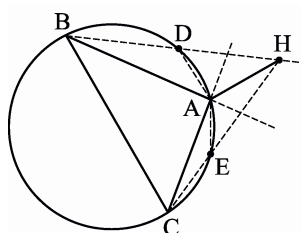
- (۱)  $2\sqrt{3} - 3$       (۲)  $\sqrt{3} - 1$       (۳)  $\sqrt{3} - \frac{1}{2}$       (۴)  $2(\sqrt{3} - 1)$

۱۲۷- در یک هرم منتظم، قاعده مربعی است به ضلع  $\sqrt{2}$  واحد و وجه‌های جانبی مثلث متساوی‌الاضلاع است، حجم این هرم چند واحد مکعب است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$       (۲)  $\frac{4}{3}$       (۳)  $\frac{3}{2}$       (۴) ۲

۱۲۸- در چهار ضلعی  $ABCD$ ، اگر  $CD = CB$  و  $\hat{ACB} > \hat{ACD}$ ، آن‌گاه کدام نامساوی همواره برقرار است؟

- (۱)  $AB > AC$       (۲)  $AB > AD$       (۳)  $AC > AB$       (۴)  $AC > AD$



۱۲۹- در شکل روبه‌رو نقطه‌ی  $H$  محل تلاقی ارتفاعات مثلث  $ABC$  است. زاویه‌ی  $\hat{AHD}$ ، با کدام زاویه برابر است؟

- (۱)  $\hat{CAE}$       (۲)  $\hat{ABC}$   
 (۳)  $\hat{ADH}$       (۴)  $\hat{AHC}$



۱۳۰- در دایره‌ای به قطر ۱۲ واحد، فاصله‌ی مرکز دایره از وتر  $AB$  برابر ۲ واحد است. نقطه‌ی  $C$  در امتداد  $AB$  به فاصله‌ی

$CB = 2\sqrt{2}$  انتخاب شده است، طول قطعه مماسی که از  $C$  بر دایره رسم شود، کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{10}$  (۲)  $3\sqrt{5}$  (۳)  $7$  (۴)  $5\sqrt{2}$

۱۳۱- اگر  $I_1$  تصویر خط به معادله‌ی  $2x - 5y = 10$  با دوران  $90^\circ$  حول مبدأ مختصات باشد، آن گاه معادله‌ی تصویر  $I_1$  تحت

انتقال  $T(x, y) = (x+1, y)$ ، کدام است؟

- (۱)  $2y + 5x = 12$  (۲)  $2y + 5x = 15$  (۳)  $2y - 5x = 5$  (۴)  $5y - 2x = 3$

۱۳۲- تصویرهای قائم دو خط متناظر بر صفحه‌ای که موازی عمود مشترک آن دو خط است، نسبت به هم کدام وضع را دارند؟

- (۱) منطبق (۲) عمود (۳) متقاطع (۴) موازی

۱۳۳- بر روی دو بردار  $a = 3i + 3j$  و  $b = i - j - 2k$  متوازی‌الاضلاع ساخته شده است. کسینوس زاویه‌ی بین دو قطر این

متوازی‌الاضلاع، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۳۴- فاصله‌ی مبدأ مختصات از خط به معادله‌ی  $(x=2, y=t-1, z=-t+1)$ ، کدام است؟

- (۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $\sqrt{5}$  (۴)  $2\sqrt{2}$

۱۳۵- صفحه‌ی گذرا بر نقطه‌ی  $A(1, 4, 2)$  و فصل مشترک دو صفحه به معادلات  $2x + 3y - z = 6$  و  $3x - 2y + z = 0$  محور

$Z$  ها را با کدام ارتفاع قطع می‌کند؟

- (۱)  $3$  (۲)  $4$  (۳)  $5$  (۴)  $6$

۱۳۶- نقطه‌ی  $M(2\sqrt{5}, b)$  مرکز دایره‌ای است که بر دو خط به معادلات  $y = 2x$  و  $x = 2y$  مماس است، شعاع دایره‌ی

کوچک‌تر، کدام است؟

- (۱)  $1$  (۲)  $1/5$  (۳)  $2$  (۴)  $2/5$

۱۳۷- یک سهمی که محور متقارن آن موازی یکی از محورهای مختصات است، محور  $Y$  ها را در دو نقطه به عرض‌های  $1$  و  $5$

قطع می‌کند و رأس آن بر روی نیمساز ناحیه‌ی اول است، فاصله‌ی کانون سهمی تا خط هادی کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

۱۳۸- با دوران محورهای مختصات به اندازه‌ی مناسب، فاصله‌ی کانون تا خط هادی مقطع مخروطی به معادله‌ی

$x^2 - 2xy + y^2 - 4x - 4y = 0$ ، کدام است؟

- (۱)  $1$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳)  $2$  (۴)  $2\sqrt{2}$

۱۳۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} \delta+a & b & c \\ a & \delta+b & c \\ a & b & \delta+c \end{bmatrix}$ ، با شرط  $a+b+c=7$ ، دترمینان ماتریس  $(\delta A^{-1})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{12}$  (۲)  $\frac{5}{7}$  (۳)  $\frac{25}{12}$  (۴)  $\frac{25}{7}$



۱۴۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس  $A^4$  کدام است؟

- (۱) بالا مثلثی (۲) پایین مثلثی (۳) قطری غیرهمانی (۴) همانی

۱۴۱- داده‌های آماری به صورت ساقه و برگ روبرو است. اگر به تمام داده‌ها ۴ واحد اضافه، سپس بر ۵ تقسیم کنیم، میانگین داده‌های جدید کدام است؟

ساقه	برگ				
۵	۸	۸	۹		
۶	۰	۱	۴	۵	
۷	۱	۲	۲	۵	۷

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵/۲ (۳) ۱۵/۸ (۴) ۱۶

۱۴۲- میانگین طول اضلاع مربع‌هایی ۱۲ و واریانس آن‌ها ۵ می‌باشد، میانگین مساحت این مربع‌ها، کدام است؟

- (۱) ۱۲۴ (۲) ۱۳۴ (۳) ۱۴۹ (۴) ۱۶۹

۱۴۳- در اثبات حکم  $\sqrt{6}^n > n!$ ، با اصل استقراری تعمیم یافته، از کدام نامساوی بدیهی استفاده می‌شود؟

- (۱)  $k \geq 5$  ;  $(k+1) > \sqrt{6}$  (۲)  $k \geq 3$  ;  $(k+1) > \sqrt{6}$   
 (۳)  $k \geq 3$  ;  $k^2 > 6$  (۴)  $k \geq 5$  ;  $k^2 > 6$

۱۴۴- هر زیرمجموعه‌ی  $n$  عضوی از  $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 23\}$ ، به‌طور یقین حداقل دو عضو دارد که مجموع آن دو عضو ۲۴ می‌باشد، حداقل  $n$  کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۱۴۵- اگر  $A = \{1, \{1\}, \{1, 2\}, \{2\}, 2\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 2 = 3x\}$  آن‌گاه تعداد زیرمجموعه‌های سره و غیرتهی مجموعه‌ی  $A - B$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۱۴

۱۴۶- رابطه‌ی  $R = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 \mid |x| \leq 2, 0 \leq y \leq x^2\}$ ، چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۱۴۷- یک نقطه به تصادف درون مربعی به ضلع ۲ واحد انتخاب شده است.  $A$  پیشامدی است که فاصله‌ی این نقطه از هر رأس مربع بیش‌تر از واحد است.  $P(A')$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{4}$  (۲)  $\frac{\pi}{8}$  (۳)  $1 - \frac{\pi}{4}$  (۴)  $1 - \frac{\pi}{8}$

۱۴۸- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از فضای نمونه‌ای  $S$  باشند به‌طوری که  $P(A) = 2P(B) = 0/8$  و  $P(A \Delta B) = 0/6$ ، آن‌گاه  $P(B' \cap A)$  کدام است؟

- (۱) ۰/۲ (۲) ۰/۳ (۳) ۰/۴ (۴) ۰/۵

۱۴۹- در یک گراف کامل حاصل‌ضرب اندازه و مرتبه‌ی آن  $50^\circ$  می‌باشد، در این گراف چند دور با طول ۴ وجود دارد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۱۵۰- چند عدد اول  $P$  وجود دارد به‌طوری که  $168P + 1$  مجذور کامل یک عدد طبیعی باشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶



۱۵۱- به ازای چند عدد دو رقمی  $n$ ، دو عدد طبیعی  $9n+2$  و  $11n-5$  نسبت به هم غیراولی اند؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۱۵۲- عدد  $A + 7^{5^4} \times 13$  بر ۴۳ بخش پذیر است، کوچک ترین عدد طبیعی  $A$  کدام است؟

- (۱) ۲۰      (۲) ۲۸      (۳) ۲۹      (۴) ۳۰

۱۵۳- به چند طریق می توان ۹ توپ یکسان را در ۴ سبد متمایز جای داد به طوری که در هر سبد حداقل یک توپ و حداکثر ۴ توپ، جای گیرد؟

- (۱) ۳۵      (۲) ۳۶      (۳) ۴۰      (۴) ۵۶

۱۵۴- پنج مهره سفید و ۵ مهره سیاه را در ظرفی ریخته ایم. به تصادف دو مهره از ظرف خارج می کنیم، با کدام احتمال هر دو مهره هم رنگ اند؟

- (۱)  $\frac{2}{5}$       (۲)  $\frac{4}{9}$       (۳)  $\frac{5}{9}$       (۴)  $\frac{3}{5}$

۱۵۵- تابع احتمال به صورت  $x=1, 2, 3, 4, 5, 6$  ;  $P(X=x) = \frac{2^x}{A}$  تعریف شده است، با محاسبه ی عدد  $A$  احتمال

فرد بودن متغیر تصادفی  $X$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{7}$       (۲)  $\frac{1}{3}$       (۳)  $\frac{3}{7}$       (۴)  $\frac{1}{2}$