



(مدت پاسخ‌گویی: ۱۵ دقیقه)

۱۰۱- به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، هر نقطه از نمودار تابع $f(x) = (a-1)x^2 + 2\sqrt{2x} + a$ ، در بالای محور x ها است؟
 (۱) $a < -1$ (۲) $a > 1$ (۳) $a > 2$ (۴) $1 < a < 2$

۱۰۲- دو تابع f و g بر روی اعداد حقیقی تعریف شده‌اند. در کدام حالت دو تابع مساوی‌اند؟

(۱) $f(x) = 2 \log x$, $g(x) = \log x^2$ (۲) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{|x|}$, $g(x) = 1$

(۳) $f(x) = (\sqrt{x})^2$, $g(x) = x$ (۴) $f(x) = \frac{x}{|x|}$, $g(x) = \frac{|x|}{x}$

۱۰۳- در یک تصاعد هندسی صعودی به صورت $\dots, b, 9, a, \varepsilon$ ، مجموع شش جمله اول کدام است؟

(۱) $81 \frac{2}{8}$ (۲) $81 \frac{7}{8}$ (۳) $82 \frac{2}{8}$ (۴) $83 \frac{1}{8}$

۱۰۴- با جابه‌جایی ارقام عدد 576222 چند عدد شش رقمی می‌توان تشکیل داد، به طوری رقم‌های ۲ یک در میان قرار گیرند؟
 (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

۱۰۵- در تابع با ضابطه $f(x) = [x] + [-x] + \sqrt{\sin \pi x - 1}$ ، مقدار $f\left(-\frac{1}{4}f(x)\right)$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) تعریف نشده

۱۰۶- اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + m$ ، محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع کند، طول‌های دو نقطه تلاقی دیگر آن با محور x ها کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ و -۱ (۲) 1 و $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ و ۱ (۴) ۳ و $-\frac{1}{2}$

۱۰۷- اگر $g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)}$ و $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{2x}$ ، حاصل $g^{-1}(1)$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۸- ساده شده $\frac{\sin^2 40^\circ - \sin^2 10^\circ}{\cos 70^\circ + \cos 10^\circ}$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۳) $\sin 50^\circ$ (۴) $\cos 50^\circ$

۱۰۹- در تابع با ضابطه $f(x) = x - \sqrt{x^2 + 1}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} f\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^3}\right)$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) صفر (۳) $-\infty$ (۴) موجود نیست.

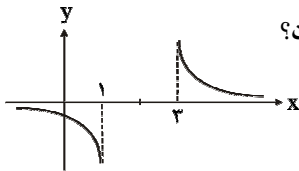
۱۱۰- اگر $f(x) = \sin^2 \pi x - \frac{1}{2} \cos \pi x$ ، مشتق تابع $f(f(x))$ در نقطه $x = \frac{1}{3}$ چند برابر $3\sqrt{3}$ است؟

(۱) $\frac{\pi}{8}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{\pi}{8}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$



۱۱۱- منحنی به معادله $y = \frac{x+1}{1-2x}$ ، محورهای مختصات را در A و B قطع می‌کند. فاصله مرکز تقارن این منحنی از وتر AB، کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{2}$



۱۱۲- شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \text{Arcsin} \frac{ax+b}{x-2}$ است. دو تایی مرتب (a, b) کدام است؟

- (۱) $(0, -1)$ (۲) $(1, 0)$ (۳) $(1, 1)$ (۴) $(0, 1)$

۱۱۳- یک همسایگی متقارن به مرکز a و شعاع بیشترین مقدار ممکن، زیر مجموعه $\left\{x : \left| \frac{x-3}{2x-1} \right| > 1\right\}$ است. a کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{11}{6}$

۱۱۴- مجموع جملات سری به صورت $\frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{15} + \frac{1}{24} + \frac{1}{35} + \dots$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{8}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{5}{6}$

۱۱۵- اگر $a_n = \frac{(-1)^n}{2n}$ ، $f(x) = \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor$ ، آن‌گاه دنباله $\{f(a_n)\}$ ، به کدام عدد همگرا است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) همگرا نیست.

۱۱۶- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} & ; x \geq 1 \\ ax^2 + bx & ; x < 1 \end{cases}$ ، بر روی R مشتق پذیر است. b کدام است؟

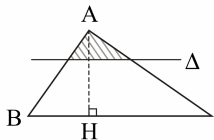
- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۵

۱۱۷- اگر $f(x) = 2x - \frac{1}{x}$ ؛ $x > 0$ ، عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع f^{-1} در نقطه تلاقی آن با نیم‌ساز ناحیه اول، کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۱۸- در مثلثی قاعده $BC = 20$ و ارتفاع $AH = 15$ خط Δ همواره موازی BC با سرعت $0/05$ واحد در ثانیه به آن نزدیک می‌شود، در حالی که فاصله دو خط موازی ۳ باشد، سرعت افزایش مثلث سایه‌زده، کدام است؟

- (۱) $0/4$ (۲) $0/6$ (۳) $0/8$ (۴) $0/9$

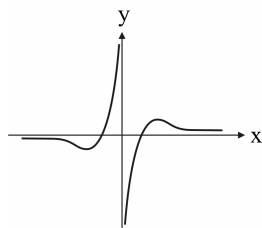


۱۱۹- به ازای کدام مقادیر a، تابع با ضابطه $f(x) = x^2 + \frac{a}{x}$ ، دارای ماکسیمم نسبی است؟

- (۱) $|a| > 2$ (۲) $a < 0$ (۳) $a > 0$ (۴) هیچ مقدار a

۱۲۰- طول نقطه عطف تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x^2}{2} & ; x < 1 \\ \frac{1}{x} & ; x \geq 1 \end{cases}$ ، در صورت وجود، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) فاقد عطف



۱۲۱- شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 + ax - 3}{x^2 + b}$ است. دو تایی مرتب (a, b) کدام است؟

- (۱) (۰, ۰) (۲) (۰, ۱)
(۳) (۱, ۰) (۴) (۲, ۰)

۱۲۲- معادله $x^3 - 3x + 1 = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

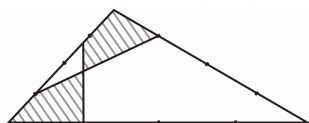
۱۲۳- مقدار متوسط تابع $f(x) = |x^2 - 1|$ در بازه $[-2, 2]$ برابر $f(c)$ است. مجموعه مقادیر c کدام است؟

- (۱) $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ (۲) $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ (۳) $[-\sqrt{2}, 0, \sqrt{2}]$ (۴) $[-\sqrt{3}, 0, \sqrt{3}]$

۱۲۴- با استفاده از مفهوم انتگرال معین، حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{n}{(n+i)^2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۲۵- در شکل مقابل هر ضلع مثلث به ۴ قسمت مساوی تقسیم شده است. دو چهارضلعی سایه زده نسبت به هم کدام وضع را دارند؟



- (۱) هم مساحت (۲) هم محیط
(۳) هم نهشت (۴) متشابه

۱۲۶- در مثلث ABC داریم $AC = \frac{\sqrt{5}}{2} AB$ ، $\hat{A} = 90^\circ$ ، ارتفاع AH و میانه AM رسم شده است. مساحت مثلث ABC چند برابر

مساحت مثلث AMH است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸

۱۲۷- در یک هرم منتظم با قاعده مربع، وجوه جانبی مثلث‌های متساوی الاضلاع است. اگر سطح کل این هرم $18(1 + \sqrt{3})$ باشد، حجم آن کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) $12\sqrt{3}$ (۳) ۲۴ (۴) ۲۷

۱۲۸- در مثلثی به اندازه اضلاع $a \geq 8$ ، 7 ، 5 ، کدام عدد برای مجموع اندازه‌های سه میانه، مورد قبول است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۹ (۴) ۲۴

۱۲۹- در شکل مقابل نقاط M و N وسط دو ضلع است. مساحت بزرگ‌ترین مثلث، چند برابر مساحت مثلث سایه زده است؟



- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۱۳۰- در مثلث ABC، داریم $\hat{B} = 50^\circ$ و $\hat{C} = 60^\circ$ نیم‌ساز داخلی زاویه A و عمود منصف ضلع BC در نقطه M متقاطع‌اند، زاویه

\widehat{MBC} چند درجه است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۳۰ (۳) ۳۵ (۴) ۴۰

۱۳۱- دو خط D و D' مفروض‌اند. اگر فقط یک جفت صفحات موازی هم P و P' بتوان یافت، به طوری که $D \subset P$ و $D' \subset P'$ ،

آن‌گاه D و D' نسبت به هم چگونه‌اند؟

- (۱) متنافر (۲) موازی (۳) متقاطع (۴) عمود بر هم



۱۳۲- دو خط متقاطع d و d' و پاره خط AB در صفحه آن‌ها مفروض است. برای رسم پاره خطی موازی و مساوی AB که دو سر آن بر روی این دو خط باشد، کدام تبدیل هندسی به کار می‌رود؟

- (۱) بازتاب (۲) انتقال (۳) دوران (۴) تجانس

۱۳۳- قرینه بردار a نسبت به امتداد بردار $2i - j + k$ برداری به تصاویر $(1, -2, 5)$ است. تصاویر بردار a کدام است؟

- (۱) $(-1, 5, 2)$ (۲) $(2, 5, -1)$ (۳) $(5, -1, -2)$ (۴) $(5, -2, 1)$

۱۳۴- بر روی سه بردار $a = 2i - j$ ، $b = j + 3k$ و $c = \epsilon i - k$ یک متوازی‌السطوح ساخته شده است. اگر قاعده این متوازی‌السطوح را بردارهای a و b تشکیل دهند، ارتفاع متوازی‌السطوح کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $1/5$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۲

۱۳۵- فاصله مبدأ مختصات از خط گذرنده بر دو نقطه $(3, 5, -2)$ و $(1, \epsilon, 0)$ ، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{10}$ (۲) $\sqrt{13}$ (۳) $\sqrt{14}$ (۴) $\sqrt{15}$

۱۳۶- دایره‌ای بر خط به معادله $y = 2x - 1$ مماس است. و تمام قائم‌های هر دایره از نقطه $(-1, 2)$ می‌گذرند. بیشترین فاصله نقاط این دایره از محور x ‌ها کدام است؟

- (۱) $2 + \sqrt{5}$ (۲) $3 + \sqrt{2}$ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۳۷- فاصله دو کانون در مقطع مخروطی به معادله $xy = \frac{3}{2}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{6}$

۱۳۸- اگر به هر درایه واقع در سطر دوم دترمینان $\begin{vmatrix} 2 & 2 & a \\ \epsilon & -2 & 7 \\ 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}$ یک واحد افزوده شود، به مقدار دترمینان ϵ واحد اضافه می‌شود. a کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۹- اگر $a, b, 2$ سه عدد متمایز باشند حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} 1 & 3 & \epsilon(a+b) \\ 1 & a+1 & a^2(b+2) \\ 1 & b+1 & b^2(a+2) \end{vmatrix}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ϵab (۳) $(a-2)(b-2)$ (۴) $2(a-2)(b-2)$

۱۴۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & \epsilon \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ، معکوس ماتریس $I - A$ به صورت $\begin{vmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{vmatrix} B$ است. ماتریس B کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 1 & 14 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 2 & 14 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 & 10 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 14 \end{bmatrix}$

۱۴۱- در دسته‌بندی ۱۲۰ داده آماری در ۹ طبقه، دسته اول به صورت $20 - 22$ می‌باشد. می‌دانیم ۴۵ درصد داده‌ها کم‌تر از ۴ و فراوانی نسبی دسته وسط $0/2$ است. تعداد داده‌های کم‌تر از ۳۷ کدام است؟

- (۱) ۶۷ (۲) ۷۶ (۳) ۷۸ (۴) ۸۷



۱۴۲- در داده‌هایی با جدول فراوانی

حد دو دسته	۵-۷	۷-۹	۹-۱۱	۱۱-۱۳	۱۳-۱۵
فراوانی	۳	۲	a	۶	۱

اگر واریانس برابر ۶ باشد، فراوانی

دسته سوّم، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۴۳- حداقل چند دو تایی مرتّب از اعداد صحیح انتخاب کنیم، تا به‌طور قاطع لااقل در دو جفت انتخاب شده (a, b) و (c, d)، حاصل هر دو عدد $a+c$ و $b+d$ زوج باشند؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۴۴- اگر $A = \{a, b, \{a\}, \{b\}\}$ مجموعه $A - \{A\}$ چند زیرمجموعه سره غیرتهی دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۱۴

۱۴۵- متمم مجموعه $C \cup A' \cup B'$ ، نسبت به مجموعه جهانی، با کدام مجموعه برابر نیست؟

- (۱) $(A \cap B) - (A \cap C)$ (۲) $(A - C) \cup (B - C)$ (۳) $A \cap (B - C)$ (۴) $(A \cap B) - C$

۱۴۶- اگر A مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی، B مجموعه اعداد اول دو رقمی کمتر از ۵۰ باشند، رابطه‌ای به صورت $(x, y)R(a, b) \Leftrightarrow x = a$ بر روی مجموعه AB تعریف شده است. این رابطه مجموعه $A \times B$ را به چند دسته هم‌ارزی تقسیم می‌کند؟

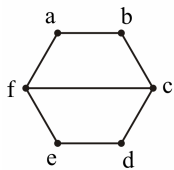
- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) فاقد هم‌ارزی

۱۴۷- زمان تصادفی، که یک حیوان نسبت به داروی خاص عکس‌العمل نشان دهد. بین $1/2$ و $3/7$ دقیقه است. با کدام احتمال، عکس‌العمل این حیوان نسبت به این دارو، کمتر از $2/1$ دقیقه است؟

- (۱) $0/24$ (۲) $0/32$ (۳) $0/36$ (۴) $0/42$

۱۴۸- از مجموعه $\{000, \dots, 203, 202, 201\}$ ، یک عدد به‌طور تصادفی انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال، این عدد نه مضرب چهار و نه مضرب پنج می‌باشد؟

- (۱) $0/45$ (۲) $0/54$ (۳) $0/60$ (۴) $0/64$



۱۴۹- در گراف ۳- منتظم مقابل، چند دور با طول ۵ وجود دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

- (۱) ۰ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۵۰- اگر A ماتریس مجاورت یک گراف کامل باشد، کدام عدد برای مجموع درایه‌های قطری ماتریس A^2 مورد قبول است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۷۲ (۳) ۷۵ (۴) ۹۶

۱۵۱- باقی‌مانده تقسیم عددی بر اعداد ۱۱ و ۱۴ و ۱۵ به ترتیب ۵ و ۸ و ۹ می‌باشد. کوچک‌ترین این عدد مضرب کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۳۸ (۳) ۴۲ (۴) ۴۵

۱۵۲- به ازای برخی از اعداد طبیعی n، دو عد به صورت‌های $9n+2$ و $11n+7$ نسبت به هم اول نیستند. کوچک‌ترین مقدار n در این حالت، مضرب کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۵۳- باقی‌مانده تقسیم عدد $2^{70} + 3^{70} - 2^{70}$ ، بر عدد ۳۵ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر



۱۵۴- در یک شرکت بسته‌بندی کالا، درصد محصولات تولیدی، با سه دستگاه A، B و C به ترتیب ۳۰، ۴۵ و ۲۵ می‌باشد. می‌دانیم ۱ درصد از محصولات B و ۴ درصد از محصولات C معیوب هستند. اگر یک کالا به تصادف از بین این محصولات انتخاب کنیم احتمال سالم بودن آن کدام است؟

$$\frac{۰}{۹۸۷} \quad (۴)$$

$$\frac{۰}{۹۸۲} \quad (۳)$$

$$\frac{۰}{۹۷۸} \quad (۲)$$

$$\frac{۰}{۹۷۵} \quad (۱)$$

۱۵۵- در ظرفی ۴ مهره سفید، ۵ مهره سیاه، ۱ مهره سبز موجود است. در ظرف دیگر ۶ مهره سفید، ۲ مهره سبز قرار دارد. به تصادف از هر ظرف یک مهره بیرون می‌آوری. با کدام احتمال رنگ این دو مهره، متفاوت است؟

$$\frac{۲۷}{۴۰} \quad (۴)$$

$$\frac{۲۳}{۴۰} \quad (۳)$$

$$\frac{۲۱}{۴۰} \quad (۲)$$

$$\frac{۱۹}{۴۰} \quad (۱)$$