



(مدت پاسخ‌گویی: ۸۵ دقیقه)

۱۰۱- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4}$  در بازه  $(a, b)$  پایین‌تر از خط به معادله  $y = 2$  است. بیش‌ترین مقدار  $b - a$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)  $\infty$

۱۰۲- رابطه  $R = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, 2x + y \leq 7\}$  دارای چند زوج مرتب است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۰۳- از تساوی  $\log(2x - 1) + \frac{1}{4} \log x^2 = \log 3$  مقدار لگاریتم  $\frac{x}{3}$  در مبنای ۴ کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

۱۰۴- بین دو عدد ۲ و  $16\sqrt{2}$  شش عدد چنان درج شده‌اند که هشت عدد حاصل، تصاعد هندسی تشکیل داده‌اند. مجموع این هشت عدد کدام است؟

- (۱)  $30(2 + \sqrt{2})$  (۲)  $48\sqrt{2}$  (۳)  $30(\sqrt{2} + 1)$  (۴)  $36(\sqrt{2} + 1)$

۱۰۵- خط گذرنده از مبداء مختصات، بر منحنی به معادله  $y = (x + 1)(x + 4)$  در ناحیه اول مماس است. شیب این خط کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۹

۱۰۶- اگر  $f(x) = x^2 - 3x; x \geq 1$  نمودارهای دو تابع  $f$  و  $f^{-1}$  با کدام طول متقاطع‌اند؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) غیرمتقاطع

۱۰۷- اگر  $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1}{5}$  باشد  $\tan 2\alpha$  چقدر است؟

- (۱)  $1/5$  (۲)  $1/8$  (۳)  $2/4$  (۴)  $2/5$

۱۰۸- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\cos x - 1} - \frac{1}{x} \right)$  کدام است؟

- (۱)  $-\infty$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳) ۰ (۴)  $+\infty$

۱۰۹- اگر  $f(x) = \frac{\cos^2 x}{1 + \sin^2 x}$  مقدار  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) - 3f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$  برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۰- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  در کدام بازه صعودی و تقر آن رو به پایین است؟

- (۱)  $(-\infty, -1)$  (۲)  $(-1, 0)$  (۳)  $(0, 1)$  (۴)  $(1, +\infty)$

۱۱۱- جواب کلی معادله مثلثاتی  $\cos^2 x \cos 3x = \cos^2 x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{k\pi}{4}$  (۲)  $\frac{k\pi}{2}$  (۳)  $\frac{(2k+1)\pi}{4}$  (۴)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$



۱۱۲- بیشترین مساحت، از بین مستطیل‌هایی که یک ضلع آنها منطبق بر محور  $x$  ها و دو رأس آن بر منحنی

$$y = \frac{2}{3}\sqrt{8-x^2}$$

قرار گیرند، کدام است؟

- (۱) ۶ (۲)  $6\sqrt{2}$  (۳) ۹ (۴) ۱۲

۱۱۳- به ازای مقادیر  $n \geq n$ ، فاصله اعداد دنباله  $\left\{ \frac{2^n - 1}{3 + 2^{n-1}} \right\}$  از عدد همگرایی خود کوچکتر از  $\frac{1}{\epsilon}$  است. کوچکترین مقدار

$n$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۱۱۴- اگر  $a_n = \frac{1-2+3-\epsilon+\dots-2n}{2n+\sqrt{n^2+1}}$ ، سری  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  چگونه است؟

- (۱) همگرا به  $-\frac{1}{\epsilon}$  (۲) همگرا به  $-\frac{1}{3}$  (۳) همگرا به  $\frac{1}{\epsilon}$  (۴) واگرا

۱۱۵- به ازای کدام مقدار  $\alpha$  تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin \pi x}{1-x} & ; x \neq 1 \\ \alpha & ; x = 1 \end{cases}$  بر روی  $R$  پیوسته است؟

- (۱)  $-\pi$  (۲)  $\pi$  (۳) ۱ (۴) هیچ مقدار  $\alpha$

۱۱۶- یکی از ریشه‌های حقیقی معادله  $(a+2)x^2 - 7x + \epsilon = a$  بین دو عدد ۱ و  $-1$  است. مجموعه مقادیر  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\{a : a < -2\}$  (۲)  $\{a : a > \epsilon\}$  (۳)  $\phi$  (۴)  $R$

۱۱۷- ماکسیمم مطلق تابع با ضابطه  $f(x) = -x + \sqrt{x^2 - x^2}$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴) فاقد ماکسیمم

۱۱۸- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{(x-1)^2}$ ، خط مجانب افقی خود را در نقطه  $A$  قطع می‌کند. فاصله نقطه  $A$  از خط

مجانب قائم، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳) ۱ (۴) ۲

۱۱۹- اگر  $f(x) = 1 - |x|$ ، تعداد نقاط مشتق‌ناپذیر تابع با ضابطه  $f(f(x))$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۲۰- تابع با ضابطه  $f(x) = x|x^2 - 3|$ ، در چند نقطه اکسترمم نسبی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۱- در تابع با ضابطه  $f(x) = \text{Arc tan}\left(\frac{x}{\epsilon}\right)$ ، با کمک دیفرانسیل مقدار تقریبی افزایش  $f$  وقتی  $x$  از ۳ به  $\frac{3}{1}$ ، افزایش یابد،

کدام است؟

- (۱)  $0.016$  (۲)  $0.018$  (۳)  $0.020$  (۴)  $0.024$

۱۲۲- مجموع ریمان تابع با ضابطه  $f(x) = \sin^2 x$  در بازه  $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}\right]$  برای  $n = 3$  به شرط آنکه  $\Delta x$  ها برابر و

$\frac{1}{2}(x_1 + x_{i-1})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{4}$  (۲)  $\frac{\pi}{3}$  (۳)  $\frac{2}{\pi}$  (۴)  $\frac{4}{\pi}$

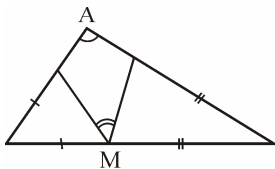
۱۲۳- حاصل  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^2 x dx$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{2}{4}$  (۴) ۱

۱۲۴- اگر  $F(x) = \int \frac{x^2 + x + 2}{1 + x^2} dx$  با شرط  $F(0) = 0$  مقدار  $F(1)$  کدام است؟

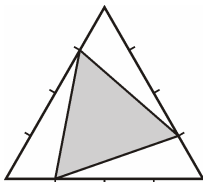
- (۱)  $\frac{1}{2}(\pi - 1)$  (۲)  $\pi - 1$  (۳)  $\frac{1}{2}(\pi + 1)$  (۴)  $\pi + 1$

۱۲۵- در شکل مقابل، هر دو مثلث کناری متساوی الساقین اند، اگر زاویه  $A$  برابر  $106$  درجه باشد، زاویه  $M$  چند درجه است؟



- (۱) ۳۷ (۲) ۳۸ (۳) ۴۴ (۴) ۵۴

۱۲۶- هر ضلع مثلث متساوی الاضلاع، به نسبت‌های ۱ و ۳ تقسیم شده است. مساحت مثلث سایه زده چند برابر مساحت مثلث متساوی الاضلاع است؟



- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{3}{8}$  (۳)  $\frac{7}{16}$  (۴)  $\frac{5}{8}$

۱۲۷- استوانه قائم توپر به ارتفاع ۵ واحد و شعاع قاعده ۴ واحد را بر روی محور آن به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. از قرار دادن آن دو قسمت بر روی هم، نیم استوانه قائم ایجاد می‌شود. سطح کل شکل حاصل کدام است؟

- (۱)  $40\pi + 40$  (۲)  $40\pi + 80$  (۳)  $56\pi + 40$  (۴)  $56\pi + 80$

۱۲۸- یک متوازی الاضلاع طول اضلاع ۵ و ۹ واحد و یک زاویه  $60$  درجه است، مساحت چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی آن متوازی الاضلاع کدام است؟

- (۱)  $3\sqrt{3}$  (۲)  $4\sqrt{3}$  (۳)  $5\sqrt{2}$  (۴)  $6\sqrt{2}$

۱۲۹- مثلثی به طول اضلاع ۳،  $3 - \sqrt{2}$  و  $2 + \sqrt{2}$  واحد، نقطه  $M$  داخل مثلث تغییر مکان می‌دهد. کدام عدد برای مجموع فواصل آن نقطه  $M$  از سه رأس مثلث، مورد قبول است؟

- (۱)  $5 - \sqrt{2}$  (۲) ۴ (۳)  $4\sqrt{2}$  (۴) ۸

۱۳۰- مثلث قائم الزاویه اندازه اضلاع قائم ۳ و ۴ واحد است. فاصله دورترین رأس این مثلث از نقطه تلاقی نیمسازهای داخلی آن کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{2}$  (۲) ۳ (۳)  $\sqrt{10}$  (۴)  $3\sqrt{2}$



۱۳۱- پرتاب خط  $x - 2y = 4$  نسبت به نقطه  $(2, a)$  خط  $x - 2y + 6 = 0$  است.  $a$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{5}{2}$

۱۳۲- خط  $\Delta$  صفحه مثلث ABC را در نقطه برخورد میانه‌های مثلث قطع می‌کند. چند صفحه می‌توان بر خط  $\Delta$  گذراند که رأس‌های این مثلث از آن صفحه به یک فاصله باشند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) بی‌شمار (۴) نشدنی

۱۳۳- گزینه بردار  $(1, -3, 2)$ ، نسبت به امتداد بردار  $(1, 2, 0)$  کدام بردار است؟

- (۱)  $(-3, -1, -2)$  (۲)  $(-1, -2, 2)$  (۳)  $(0, 0, -2)$  (۴)  $(1, 7, -2)$

۱۳۴- کوتاه‌ترین فاصله بین دو خط به معادلات  $(D) \begin{cases} x+y=2 \\ x-z=4 \end{cases}$  و  $(D') : \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\sqrt{5}$  (۳)  $\sqrt{6}$  (۴) ۳

۱۳۵- صفحه به معادله  $x + 2y - 2z = 4$  محورهای مختصات را در A، B و C قطع می‌کند. مساحت مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\sqrt{5}$  (۳)  $\sqrt{6}$  (۴) ۳

۱۳۶- سهمی به معادله  $3x^2 + 4y - 6x + 11 = 0$ ، معادله خط هادی، کدام است؟

- (۱)  $y = -\frac{5}{3}$  (۲)  $y = -\frac{4}{3}$  (۳)  $y = -\frac{2}{3}$  (۴)  $y = -\frac{1}{3}$

۱۳۷- اگر  $A - A^T = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ a & b \end{pmatrix}$  آنگاه دوتایی  $(a, b)$  کدام است؟

- (۱)  $(0, -3)$  (۲)  $(-3, 0)$  (۳)  $(3, 0)$  (۴)  $(0, 3)$

۱۳۸- به ازای کدام مقدار  $a$  و  $b$ ، اگر ۲ واحد به درایه واقع در سطر دوم و ستون سوم دترمینان زیر اضافه شود، آن‌گاه ۳

واحد به مقدار دترمینان افزوده می‌شود؟

$$\begin{vmatrix} a+3 & b & c \\ 3 & b+2 & c \\ a & b & c+1 \end{vmatrix}$$

(۲) هر چه باشد  $a$ ،  $b = \frac{1}{2}$

(۱) هر چه باشد  $a$ ،  $b = -\frac{1}{2}$

(۴) هر چه باشد  $b$ ،  $a = \frac{1}{2}$

(۳) هر چه باشد  $b$ ،  $a = -\frac{1}{2}$

۱۳۹- از رابطه ماتریسی  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot A \cdot \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ، سطر اول ماتریس A کدام است؟

- (۱)  $[21 \ 17]$  (۲)  $[21 \ 19]$  (۳)  $[31 \ 17]$  (۴)  $[31 \ 19]$

۱۴۰- سه صفحه با معادلات ماتریسی  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & -4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$  داده شده‌اند، فصل مشترک دو به دو این سه صفحه چگونه‌اند؟

- (۱) موازی هم (۲) منطبق بر هم (۳) عمود بر هم‌اند (۴) گذرا از یک نقطه

۱۴۱- مجموع ۸ داده آماری برابر ۴۸ و ضریب تغییرات آن‌ها  $\frac{5}{10}$  می‌باشد، مجموع مربعات این داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۳۲۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۴۵۰





۱۵۳- ماتریس صفر و یک  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  مفروض است، تعداد ماتریس‌های صفر و یک  $B$  و هم اندازه  $A$  با شرط  $A \ll B$  کدام است؟

۳۲ (۴)

۳۱ (۳)

۲۱ (۲)

۲۰ (۱)

۱۵۴- اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ بر روی ۶ مهره یکسان نوشته شده‌اند، اگر دو مهره را با هم بیرون آوریم، با کدام احتمال مجموع اعداد این دو دوره مضرب ۳ می‌باشد؟

 $\frac{3}{5}$  (۴) $\frac{2}{5}$  (۳) $\frac{1}{3}$  (۲) $\frac{1}{4}$  (۱)

۱۵۵- مربع احتمال متغیر تصادفی  $X$  با شش برآمد به صورت  $P(X=i) = \begin{cases} \frac{1}{i^2+i} & ; i=1, 2, 3, 4 \\ a & ; i=5, 6 \end{cases}$  است،

 $P(3 \leq X < 5)$  کدام است؟ $\frac{11}{30}$  (۴) $\frac{17}{60}$  (۳) $\frac{4}{15}$  (۲) $\frac{7}{30}$  (۱)