۱۲۶- پاسخ گزینه‌ی ۳

$$\begin{bmatrix} m & ۲ \\ ۳ & m+۵ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} m+۲ \\ ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} mx+۲y=m+۲ \\ ۳x+(m+۵)y=۲ \end{cases}$$

شرط آن‌که دستگاه دو معادله دو مجهولی $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ جواب نداشته‌باشد، آن است که: $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$ پس داریم:

$$\frac{m}{۳}=\frac{۲}{m+۵}\neq\frac{m+۲}{۲} \Rightarrow m^۲+۵m=۶ \Rightarrow m^۲+۵m-۶=۰ \Rightarrow \begin{cases} m=۱ \\ m=-۶ \end{cases}$$

هر دو m به‌دست‌آمده در گزینه‌ها موجود است. باید دقت کنیم کدام m قابل‌قبول است.

به‌ازای $m=۱$ دستگاه جواب ندارد. $m=۱ \Rightarrow \frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۳}\neq\frac{۳}{۲}$

به‌ازای $m=-۶$ دستگاه بی‌شمار جواب دارد. $m=-۶ \Rightarrow -۲=-۲=-۲$

۱۲۷- پاسخ گزینه‌ی ۴ می‌دانیم جمله‌ی nام تصاعد حسابی از رابطه‌ی $a_n=a_۱+(n-۱)d$ به‌دست می‌آید چون جمله‌ی هفتم نصف جمله‌ی سوم است، داریم:

$$a_۷=\frac{۱}{۲}a_۳ \Rightarrow a_۱+۶d=\frac{۱}{۲}(a_۱+۲d) \Rightarrow ۲a_۱+۱۲d=a_۱+۲d \Rightarrow a_۱+۱۰d=۰$$

از طرفی مجموع n جمله‌ی اول تصاعد حسابی از رابطه‌ی $S_n=\frac{n}{۲}\left[۲a_۱+(n-۱)d\right]$ به‌دست می‌آید. حال می‌خواهیم $S_n=۰$ باشد، داریم:

$$\frac{n}{۲}\left[۲a_۱+(n-۱)d\right]=۰ \Rightarrow ۲a_۱+(n-۱)d=۰$$

در رابطه‌ی فوق به‌جای $a_۱$، $-۱۰d$ قرار می‌دهیم. داریم:

$$-۲۰d+nd-d=۰ \Rightarrow nd=۲۱d \Rightarrow n=۲۱$$

۱۲۸- پاسخ گزینه‌ی ۲

$$\tan\left(\frac{\pi}{۲}-\alpha\right)=\frac{۲}{۳} \Rightarrow \cot\alpha=\frac{۲}{۳}$$

می‌دانیم $\tan(a-b)=\frac{\tan a-\tan b}{۱+\tan a.\tan b}$ پس حاصل $\tan\left(\frac{\pi}{۴}-\alpha\right)$ برابر است با:

$$\frac{\tan\frac{\pi}{۴}-\tan\alpha}{۱+\tan\frac{\pi}{۴}\tan\alpha}=\frac{۱-\tan\alpha}{۱+\tan\alpha}$$

چون $\cot\alpha=\frac{۲}{۳}$ پس $\tan\alpha=\frac{۳}{۲}$ است با جایگزین‌کردن $\tan\alpha$ داریم:

$$\frac{۱-\frac{۳}{۲}}{۱+\frac{۳}{۲}}=\frac{-\frac{۱}{۲}}{\frac{۵}{۲}}=-\frac{۱}{۵}$$

۱۲۹- پاسخ گزینه‌ی ۴

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$$

$$۲\overrightarrow{MP}+۲\overrightarrow{PN}=۲(\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{PN})=۲\overrightarrow{MN}$$

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+۲\overrightarrow{MP}+۲\overrightarrow{PN}=\vec{O}=\overrightarrow{AC}+۲\overrightarrow{MN}=\vec{O} \Rightarrow \overrightarrow{AC}=-۲\overrightarrow{MN}$$

چون بردار $\overrightarrow{AC}$ مضربی منفی از بردار $\overrightarrow{MN}$ می‌باشد، پس این دو بردار موازی و مختلف‌الجهت هستند و زاویه‌ی بین آن‌ها ۱۸۰° است.

در صورت سؤال به‌جای عدد صفر باید بردار $\vec{O}$ نوشته‌می‌شد.

۱۳۰- پاسخ گزینه‌ی ۴

وزن	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰	۵۱
تعداد	۸	۹	۱۲	۱۵	۶	۵

تعداد دانش‌آموزان $= ۸+۹+۱۲+۱۵+۶+۵=۵۵$

تعداد دانش‌آموزان کم‌تر از ۵۰ $= ۸+۹+۱۲+۱۵=۴۴$

درصد دانش‌آموزان کم‌تر از ۵۰ $= \frac{۴۴}{۵۵}\times ۱۰۰ = \frac{۴}{۵}\times ۱۰۰ = ۸۰\,\%$

۱۳۱- پاسخ گزینه‌ی ۳ ابتدا داده‌ها را به‌صورت صعودی کنار هم می‌نویسیم:

۴۶ و ۴۵ و ۴۵ و ۴۴ و ۳۹ و ۳۷ و ۳۶ و ۳۴ و ۳۲ و ۲۸ و ۲۶ و ۲۵ و ۲۳ و ۲۲ و ۲۰

مد، داده‌ای است که بیش از بقیه‌ی داده‌ها تکرار شده‌است، پس مد ۴۵ می‌باشد و با توجه به آن‌که تعداد داده‌ها ۱۵ تا می‌باشد، داده‌ی هشتم میانه است. یعنی عدد ۳۴. حال داده‌های بین ۳۴ و ۴۵ را می‌نویسیم و واریانس آن‌ها را محاسبه می‌کنیم.

۴۴ و ۳۹ و ۳۷ و ۳۶

$$\bar{x} = \frac{۱۵۶}{۴} = ۳۹$$

$$\sigma^۲ = \frac{\Sigma(x_i-\bar{x})^۲}{n} = \frac{۹+۴+۰+۲۵}{۴} = \frac{۳۸}{۴} = ۹/۵$$

۱۳۲- پاسخ گزینه‌ی ۱

$$f(x)=\sqrt{۲-x-x^۲} \quad\Rightarrow\quad f(-۱)=\sqrt{۲+۱-۱}=\sqrt{۲}$$

$f(f(-۱)) = f(\sqrt{۲}) = \sqrt{۲-\sqrt{۲}-۲} = \sqrt{-\sqrt{۲}}$ تعریف نشده‌است.

۱۳۳- پاسخ گزینه‌ی ۲

$$\lim_{x\to ۱}\frac{۱-\sqrt{x}}{۲-\sqrt{۵-x}} = \frac{۰}{۰} \overset{HOP.}{\Rightarrow} \lim_{x\to ۱}\frac{-\frac{۱}{۲\sqrt{x}}}{-\frac{-۱}{۲\sqrt{۵-x}}} = \frac{-\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۴}} = -۲$$

می‌توانستیم به‌جای استفاده از قاعده‌ی هوپیتال صورت و مخرج کسر را، هم در مزدوج صورت و هم در مزدوج مخرج ضرب کنیم.

۱۳۴- پاسخ گزینه‌ی ۱

$$f(x)=\begin{cases} a+\sin^۲ x & ۰\le x<\frac{\pi}{۴} \\ \sqrt{۲}\cos ۳x & \frac{\pi}{۴}\le x\le ۲\pi \end{cases}$$

برای آن‌که تابع در بازه‌ی $[۰\,,۲\pi]$ پیوسته باشد، باید اولاً تابع در بازه‌ی $(۰\,,۲\pi)$ پیوسته باشد یعنی در این بازه نقطه‌ی انفصالی نداشته‌باشد. پس باید در نقطه‌ی مرزی $x=\frac{\pi}{۴}$ پیوسته باشد. داریم:

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{۴}^-} f(x) = \lim_{x\to \frac{\pi}{۴}^-}(a+\sin^۲ x) = a+\frac{۱}{۲}$$

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{۴}^+} f(x) = \lim_{x\to \frac{\pi}{۴}^+}\sqrt{۲}\cos ۳x = \sqrt{۲}\cos\frac{۳\pi}{۴} = \sqrt{۲}\cos\left(\pi-\frac{\pi}{۴}\right) = -\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲} = -۱$$

پس باید $a+\frac{۱}{۲}=-۱$ در نتیجه $a=-\frac{۳}{۲}$

ثانیاً باید تابع در $x=۰$ پیوستگی راست و در $x=۲\pi$ پیوستگی چپ داشته‌باشد که این‌دو شرط برقرار است.

۱۳۵- پاسخ گزینه‌ی ۳ آهنگ متوسط تابع $y=f(x)$ روی بـازه‌ی $[x_۱\,,\,x_۲]$ برابـر اسـت بـا: $\dfrac{f(x_۲)-f(x_۱)}{x_۲-x_۱}$ و آهنـگ لحظه‌ای تابع در نقطه‌ی $x_۰$ برابر است با: $f'(x_۰)$.

$$f(x)=\frac{x}{x-۱}\qquad [۲\,,\,۲/۰۲]$$

$$\frac{f(۲/۰۲)-f(۲)}{۲/۰۲-۲}=\frac{\frac{۲/۰۲}{۱/۰۲}-۲}{۰/۰۲}=\frac{\frac{۱۰۱}{۵۱}-۲}{\frac{۱}{۵۰}}=\frac{-\frac{۱}{۵۱}}{\frac{۱}{۵۰}}=-\frac{۵۰}{۵۱}$$

$$f'(x)=\frac{-۱}{(x-۱)^۲}\ \Rightarrow\ f'(۲)=-۱$$

$$\text{آهنگ لحظه‌ای - آهنگ متوسط}=-\frac{۵۰}{۵۱}+۱=\frac{۱}{۵۱}$$

۱۳۶- پاسخ گزینه‌ی ۱

$$y=\tan^۲(\pi u)\qquad u=x+\sqrt{x}$$

$$x=\frac{۱}{۴}\ \Rightarrow\ u=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲}=\frac{۳}{۴}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\times\frac{du}{dx}=۲\pi(۱+\tan^۲(\pi u)).\tan(\pi u).\left(۱+\frac{۱}{۲\sqrt{x}}\right)$$

در حاصل مشتق به‌جای x، $\frac{۱}{۴}$ و به جای u، $\frac{۳}{۴}$ را قرار می‌دهیم، داریم:

$$۲\pi\left(۱+\tan^۲\frac{۳\pi}{۴}\right)\tan\frac{۳\pi}{۴}(۱+۱)=۲\pi(۲)(-۱)(۲)=-۸\pi$$

۱۳۷- پاسخ گزینه‌ی ۱

$$y=\frac{۲}{۳}x^۳+ax^۲+bx$$

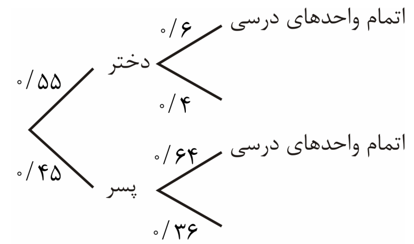
با توجه به نمودار نقطه‌ی عطف تابع در ربع چهارم قرار دارد، پس طول نقطه‌ی عطف مثبت است. یعنی:

$$x_I>۰\ \Rightarrow\ -\frac{b}{۳a}>۰\ \Rightarrow\ -\frac{a}{۳\left(\frac{۲}{۳}\right)}>۰\ \Rightarrow\ -\frac{a}{۲}>۰\ \Rightarrow\ a<۰$$

یا گزینه‌ی ۱ درست است و یا گزینه‌ی ۲. از طرفی چون طول‌های نقاط اکسترمم مختلف‌العلامت می‌باشند، پس باید مشتق دو ریشه‌ی مختلف‌العلامت داشته‌باشد:

$$y'=۲x^۲+۲ax+b=۰\ \Rightarrow\ \frac{c}{a}<۰\ \Rightarrow\ \frac{b}{۲}<۰\ \Rightarrow\ b<۰$$ گزینه‌ی ۱ درست است.

۱۳۸- پاسخ گزینه‌ی ۲



$P(\text{دانشجویانی که تمامی واحدهای درسی را گذرانده‌باشد})=۰/۵۵\times ۰/۶+۰/۴۵\times ۰/۶۴=۰/۳۳+۰/۲۸۸=۰/۶۱۸$

$\text{درصد دانشجویانی که تمامی واحدهای درسی خود را گذرانده‌اند}=۰/۶۱۸\times ۱۰۰=۶۱/۸\ \%$

۱۳۹- پاسخ گزینه‌ی ؟

$n=5 \qquad K=1$ یا $0 \qquad P=\frac{1}{2}$

$$P(x\le 1)=\underbrace{P(x=0)}_{\text{احتمال صفر نوزاد دختر}}+\underbrace{P(x=1)}_{\text{احتمال یک نوزاد دختر}}=\binom{5}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^5+\binom{5}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{32}+\frac{5}{32}=\frac{6}{32}=\frac{3}{16} \Rightarrow P(x\ge 2)=1-\frac{3}{16}=\frac{13}{16}$$

که جواب در گزینه‌ها موجود نیست!

۱۴۰- پاسخ گزینه‌ی ۳

$$x-2\sqrt{x}+m-1=0 \xrightarrow{\sqrt{x}=t} t^2-2t+m-1=0$$

برای آن‌که برای x دو جواب متمایز داشته‌باشیم لازم است معادله‌ی $t^2-2t+m-1=0$ دو ریشه‌ی متمایز مثبت داشته‌باشد که به‌ازای هر ریشه‌ی مثبت، یک جواب برای x به‌دست می‌آید. پس باید:

$$\begin{cases}\Delta'>0 \Rightarrow 1-(m-1)>0 \Rightarrow 1-m+1>0 \Rightarrow m<2\\ \frac{c}{a}>0 \Rightarrow m-1>0 \Rightarrow m>1\\ -\frac{b}{a}>0 \Rightarrow 2>0\end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 1<m<2$$

۱۴۱- پاسخ گزینه‌ی ۳

فاصله‌ی بین دو خط موازی $ax+by+c=0$ و $ax+by+c'=0$ از رابطه‌ی $d=\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ به‌دست می‌آید.

$$\begin{cases}y=x\sqrt{3}+2 \xrightarrow[\text{ضرب می‌کنیم}]{\text{طرفین را در } \sqrt{3}} \sqrt{3}y=3x+2\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}y-3x-2\sqrt{3}=0\\ \sqrt{3}y-3x+6=0\end{cases}$$

$$d=\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|6+2\sqrt{3}|}{\sqrt{9+3}}=\frac{6+2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=\frac{3}{\sqrt{3}}+1=\sqrt{3}+1$$

۱۴۲- پاسخ گزینه‌ی ۱

$$x^2+x<0 \Rightarrow x(x+1)<0 \Rightarrow \begin{cases}x=0\\x=-1\end{cases} \Rightarrow -1<x<0$$

$$-1<x<0 \Rightarrow \begin{cases}0<x^{2n}<1 \Rightarrow [x^{2n}]=0\\ -1<x^{2n+1}<0 \Rightarrow [x^{2n+1}]=-1\end{cases}$$

$$[x]+[x^2]+[x^3]+[x^4]=-1+0-1+0=-2$$

۱۴۳- پاسخ گزینه‌ی ۱

$$x^2-10x+0/1=0 \Rightarrow \begin{cases}S=a+b=10\\P=ab=0/1\end{cases}$$

$$\log a+\log b-\log(a+b)=\log ab-\log(a+b)=\log\frac{ab}{a+b}=\log\frac{0/1}{10}=\log 10^{-2}=-2$$

۱۴۴- پاسخ گزینه‌ی ۲

$$y=\frac{x^۳}{x^۲-x-۶}$$

$$x^۲-x-۶=۰ \Rightarrow (x-۳)(x+۲)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۳ \\ x=-۲ \end{cases}$$ دو مجانب قائم

درضمن، تابع دارای یک مجانب مایل است. برای تعیین آن، صورت را بر مخرج تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{l|l} \cancel{x^۳} & x^۲-x-۶ \\ \hline -\cancel{x^۳}+x^۲+۶x & x+۱ \\ \hline x^۲+۶x & \end{array}$$

$y=x+۱$ مجانب مایل

$$\begin{cases} y=x+۱ \\ x=۳ \end{cases} \Rightarrow A(۳\,,۴)$$

$$\begin{cases} y=x+۱ \\ x=-۲ \end{cases} \Rightarrow B(-۲\,,-۱)$$

مختصات وسط پاره‌خط AB عبارت است از:

$$M\left(\frac{۳-۲}{۲}\,,\,\frac{۴-۱}{۲}\right)=\left(\frac{۱}{۲}\,,\frac{۳}{۲}\right)$$

۱۴۵- پاسخ گزینه‌ی ۳ می‌دانیم مشتق منحنی به‌ازای مختصات نقطه‌ی تماس برابر است با شیب خط مماس. پس داریم:

$$y^۲+y-۲e^{۲x-۱}=۰$$

مشتق‌گیری ضمنی $y'_x=-\frac{f'_x}{f'_y}=-\frac{-۴e^{۲x-۱}}{۲y+۱}\xrightarrow{\left(\frac{۱}{۲},۱\right)} m=\frac{۴e^۰}{۲+۱}=\frac{۴}{۳}$

$$y-۱=\frac{۴}{۳}\left(x-\frac{۱}{۲}\right) \Rightarrow ۳y-۳=۴x-۲ \Rightarrow ۳y-۴x=۱$$

۱۴۶- پاسخ گزینه‌ی ۴

$$f(x)=\frac{۲}{۳}x^۳-۳x^۲+ax$$

در توابع درجه‌ی سوم به‌صورت $y=ax^۳+bx^۲+cx+d$ طول نقطه‌ی عطف را می‌توان از رابطه‌ی $x=-\frac{b}{۳a}$ (ریشه‌ی مشتق دوم) به‌دست آورد.

$$x_I=-\frac{-۳}{۳\left(\frac{۲}{۳}\right)}=\frac{۳}{۲} \Rightarrow y_I=\frac{۲}{۳}\left(\frac{۲۷}{۸}\right)-۳\left(\frac{۹}{۴}\right)+\frac{۳}{۲}a=\frac{۹}{۴}-\frac{۲۷}{۴}+\frac{۳}{۲}a=\frac{۳}{۲}a-\frac{۹}{۲}$$

پس نقطه‌ی عطف به مختصات $I\left(\frac{۳}{۲}\,,\frac{۳}{۲}a-\frac{۹}{۲}\right)$ می‌باشد. چون این نقطه روی خط $y=-x$ قرار دارد، پس مختصاتش در معادله‌ی این خط صدق می‌کند.

$$\frac{۳}{۲}a-\frac{۹}{۲}=-\frac{۳}{۲} \Rightarrow \frac{۳}{۲}a=۳ \Rightarrow a=۲$$

۱۴۷- پاسخ گزینه‌ی ۲ با توجه به نمودار تابع $x=\circ$ مجانب قائم است پس در تابع $y=\frac{x+b}{x^{۲}+a}$، $x=\circ$ ریشه‌ی مخرج است. پس:

$$\circ+a=\circ \Rightarrow \boxed{a=\circ}$$

پس معادله‌ی تابع به‌صورت $y=\frac{x+b}{x^{۲}}$ خواهدبود. از طرفی $x=۲$ طول اکسترمم و در نتیجه ریشه‌ی مشتق است. بنابراین:

$$y'=\frac{۱(x^{۲})-۲x(x+b)}{x^{٤}}=\frac{-x^{۲}-۲bx}{x^{٤}}\xrightarrow{x=۲}-٤-٤b=\circ \Rightarrow b=-۱$$

۱۴۸- پاسخ گزینه‌ی ۳ معادله‌ی دایره را به‌صورت $x^{۲}+y^{۲}+ax+by+c=\circ$ درنظر می‌گیریم. با توجه به آن‌که دایره از دو نقطه‌ی $(\circ,۲)$ و $(\circ,۲-)$ می‌گذرد، این دو نقطه در معادله‌ی دایره صدق می‌کنند.

$$\begin{cases}(۲,\circ) \Rightarrow ٤+۲a+c=\circ\\(-۲,\circ) \Rightarrow ٤-۲a+c=\circ\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}c=-٤\\a=\circ\end{cases}$$

پس معادله‌ی دایره به‌صورت $x^{۲}+y^{۲}+by-٤=\circ$ درخواهد آمد و چون این دایره بر خط $y=۱$ مماس است پس معادله‌ی تلاقی دایره و خط باید ریشه‌ی مضاعف داشته‌باشد.

$$\begin{cases}x^{۲}+y^{۲}+by-٤=\circ\\y=۱\end{cases} \Rightarrow x^{۲}+۱+b-٤=\circ \Rightarrow x^{۲}+b-۳=\circ \overset{\Delta=\circ}{\Rightarrow} b-۳=\circ \Rightarrow \boxed{b=۳}$$

پس معادله‌ی دایره به‌صورت $x^{۲}+y^{۲}+۳y-٤=\circ$ می‌باشد که شعاع آن برابر است با:

$$R=\frac{۱}{۲}\sqrt{a^{۲}+b^{۲}-٤c}=\frac{۱}{۲}\sqrt{\circ+۹+۱٦}=\frac{٥}{۲}$$

۱۴۹- پاسخ گزینه‌ی ۴

$$y^{۲}-٦y+۲x+a=\circ$$

معادله‌ی خط هادی سهمی افقی به‌صورت $x=\alpha-P$ می‌باشد. ابتدا سهمی را به‌صورت استاندارد درمی‌آوریم.

$$(y-۳)^{۲}-۹+۲x+a=\circ \Rightarrow (y-۳)^{۲}=-۲x+۹-a \Rightarrow (y-۳)^{۲}=-۲\left(x-\frac{۹-a}{۲}\right)$$

مختصات رأس سهمی $S\left(\frac{۹-a}{۲},۳\right)$ و $٤P=-۲$ در نتیجه $P=-\frac{۱}{۲}$ می‌باشد. پس معادله‌ی خط هادی به‌صورت:

$$x=\alpha-P=\frac{۹-a}{۲}+\frac{۱}{۲}=\frac{۱\circ-a}{۲}$$

چون این خط از نقطه‌ی $(۱,۲)$ می‌گذرد، x این خط برابر ۱ است. بنابراین:

$$\frac{۱\circ-a}{۲}=۱ \Rightarrow ۱\circ-a=۲ \Rightarrow a=۸$$

۱۵۰- پاسخ گزینه‌ی ۳

$$\int_{-۲}^{۲}(۲-[x])dx=\int_{-۲}^{-۱}٤dx+\int_{-۱}^{\circ}۳dx+\int_{\circ}^{۱}۲dx+\int_{۱}^{۲}dx=٤x\Big]_{-۲}^{-۱}+۳x\Big]_{-۱}^{\circ}+۲x\Big]_{\circ}^{۱}+x\Big]_{۱}^{۲}=٤+۳+۲+۱=۱\circ$$

۱۵۱- پاسخ گزینه‌ی ۴ ابتدا نقطه‌ی برخورد تابع $f(x)=\sin x+\cos x$ را با محور xها به‌دست می‌آوریم.

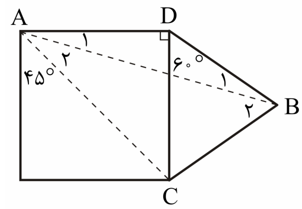
$$\sin x+\cos x=\circ \Rightarrow \sin x=-\cos x \Rightarrow \tan x=-۱ \Rightarrow x=\frac{۳\pi}{٤}$$

مساحت هاشورخورده $S=\int_{\circ}^{\frac{۳\pi}{٤}}(\sin x+\cos x)dx=-\cos x+\sin x\Big]_{\circ}^{\frac{۳\pi}{٤}}$

مساحت هاشورخورده $=-\cos\frac{۳\pi}{٤}+\sin\frac{۳\pi}{٤}-(-۱+\circ)=\frac{\sqrt{۲}}{۲}+\frac{\sqrt{۲}}{۲}+۱=\sqrt{۲}+۱$

۱۵۲- پاسخ گزینه‌ی ۲

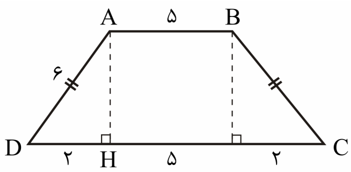
$\overset{\Delta}{ADB}:\hat{A}_۱=\hat{B}_۱=\frac{۱۸\circ^\circ-(۹\circ^\circ+٦\circ^\circ)}{۲}=۱۵^\circ \Rightarrow \begin{cases}\hat{A}_۲=۹\circ^\circ-(۱۵^\circ+٤۵^\circ)=۳\circ^\circ & \text{کوچک‌ترین زاویه}\\ \hat{B}_۲=٦\circ^\circ-۱۵^\circ=٤۵^\circ\end{cases}$



$\overset{\Delta}{ABC}:\hat{C}=۱۸\circ^\circ-(\hat{A}_۲+\hat{B}_۲)=۱۸\circ^\circ-(۳\circ^\circ+٤۵^\circ)=۱\circ۵^\circ$ بزرگ‌ترین زاویه

$\overset{\Delta}{ABC}:\frac{\hat{C}}{\hat{A}_۲}=\frac{۱\circ۵^\circ}{۳\circ^\circ}=\frac{۷}{۲}$

۱۵۳- پاسخ گزینه‌ی ۴

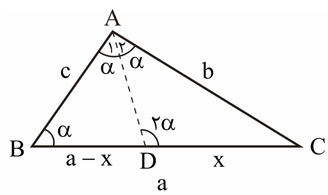


$\overset{\Delta}{ADH}:AH=\sqrt{AD^۲-DH^۲}=\sqrt{۳٦-٤}=\sqrt{۳۲}=٤\sqrt{۲}$

$S_{ABCD}=\frac{۱}{۲}AH(AB+CD)=\frac{۱}{۲}\times٤\sqrt{۲}\times(۵+۹)=۲۸\sqrt{۲}$

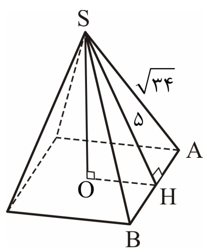
۱۵۴- پاسخ گزینه‌ی ۲

$\begin{cases}\hat{A}=\hat{D}=۲\alpha\\ \hat{B}=\hat{A}_۲=\alpha\end{cases} \Rightarrow \overset{\Delta}{ACD}\sim\overset{\Delta}{ABC} \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{b}{x}=\frac{c}{a-x}$



$\begin{cases}b^۲=ax\\ a^۲-ax=bc\end{cases} \Rightarrow a^۲-b^۲=bc \xrightarrow[a=٦\ ,\ b=٤]{\text{با توجه به فرض}} ٦^۲-٤^۲=٤c \Rightarrow c=۵$

۱۵۵- پاسخ گزینه‌ی ۱



$\overset{\Delta}{ASH}:AH=\sqrt{SA^۲-AH^۲}=\sqrt{۳٤-۲۵}=۳ \Rightarrow AB=۲\times۳=٦$

$\overset{\Delta}{SOH}:SO=\sqrt{SH^۲-OH^۲}\xrightarrow{\text{ضلع مربع}\ \frac{۱}{۲}=OH}\sqrt{۲۵-۹}=٤$

$V_{\text{هرم}}=\frac{۱}{۳}Sh=\frac{۱}{۳}\times٦^۲\times٤=٤۸$

ریاضی تجربی: مهندس افشین ملاک‌پور

هندسه تجربی: مهندس رضا شریف‌خطیبی

مهندس علیرضا شریف‌خطیبی