



۱۰۱- پاسخ گزینه ۳ وقتی نسبت اضلاع به هم برابر ۲ است پس نسبت تشابه مثلثها نیز $K=2$ می باشد و از آن جا که نسبت محیط مثلثها به هم، همان نسبت تشابه (K) می باشد، پس پاسخ گزینه ۳ است.

۱۰۲- پاسخ گزینه ۴ $a = 2\sqrt[3]{2}$

$$V_{\text{مکعب}} = a^3 = (2\sqrt[3]{2})^3 = 2^3 \times 2 = 2^4 = 16$$

۱۰۳- پاسخ گزینه ۱ $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

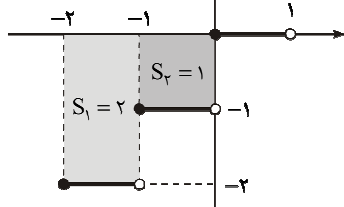
$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه ها} = 1 + 8 = 9$$

نکته: در ماتریس قطری $A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$ ماتریس A^n برابر است با:

$$A^n = \begin{bmatrix} a^n & 0 \\ 0 & b^n \end{bmatrix}$$

۱۰۴- پاسخ گزینه ۲ با توجه به نمودار تابع $y = [x]$ در بازه $(-2, 1)$ داریم:



$$\int_{-2}^1 [x] dx = -2 - 1 = -3$$

چون سطح بین تابع و محور Xها، زیر محور Xها قرار دارد حاصل انتگرال منفی است.

روش دوم:

$$\int_{-2}^1 [x] dx = \int_{-2}^{-1} -2 dx + \int_{-1}^0 -1 dx + \int_0^1 0 dx = -2x \Big|_{-2}^{-1} - x \Big|_{-1}^0 + 0 = -2 - 1 = -3$$

۱۰۵- پاسخ گزینه ۲ مرکز تقارن تابع هموگرافیک $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ نقطه‌ی تلاقی مجانب‌های آن می باشد.

$$\begin{cases} cx + d = 0 \Rightarrow x = -\frac{d}{c} \text{ مجانب قائم} \\ \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{a}{c} \Rightarrow y = \frac{a}{c} \text{ مجانب افقی} \end{cases} \Rightarrow \omega\left(-\frac{d}{c}, \frac{a}{c}\right) \text{ مرکز تقارن}$$

$$y = \frac{x+2}{x-2}$$

$$\begin{cases} x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ قائم} \\ \lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x} = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ افقی} \end{cases} \Rightarrow \omega(2, 1) \text{ مرکز تقارن}$$

۱۰۶- پاسخ گزینه ۱ $f(x) = x + 2 \Rightarrow f(f(x)) = f(x + 2) = (x + 2) + 2 = x + 4$

$$f(f(f(x))) = f(x + 4) = (x + 4) + 2 = x + 6$$



$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{\sqrt{x} + x - 2} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + 2}{\frac{1}{2\sqrt{x}} + 1} = \frac{4}{\frac{3}{2}} = \frac{8}{3}$$

۱۰۷- پاسخ گزینه ۴

۱۰۸- پاسخ گزینه ۳

$$A = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} \xrightarrow[\text{۲ می‌رسانیم.}]{\text{طرفین را به توان ۲}} A^2 = x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2} = S + 2\sqrt{P} \Rightarrow A = \begin{cases} +\sqrt{S+2\sqrt{P}} \\ -\sqrt{S+2\sqrt{P}} \end{cases}$$

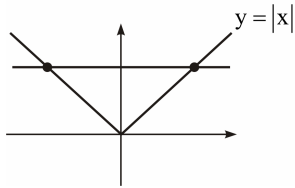
غ ق ق، چون $A > 0$ است. پس نتیجه می‌گیریم:

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{S+2\sqrt{P}}$$

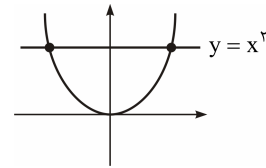
$$x^2 - 20x + 64 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = -\frac{b}{a} = 20 \\ P = \frac{c}{a} = 64 \end{cases}$$

$$\sqrt{S+2\sqrt{P}} = \sqrt{20+2\sqrt{64}} = \sqrt{20+16} = 6$$

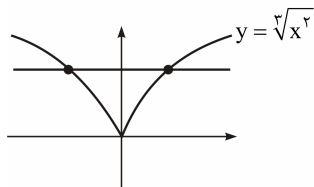
۱۰۹- پاسخ گزینه ۳ نمودار تابعی یک‌به‌یک است که در آن هر خط به موازات محور x ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند.



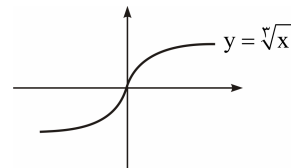
گزینه ۲:



گزینه ۱:



گزینه ۴:



گزینه ۳:

$$\log_y^x = 3 \Rightarrow \log_y^{\sqrt{x}} = \log_y^{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2} \log_y^x = \frac{1}{2}(3) = \frac{3}{2}$$

۱۱۰- پاسخ گزینه ۱

$$\log_a^{x^m} = \frac{m}{n} \log_a^x \text{ می‌دانیم:}$$

۱۱۱- پاسخ گزینه ۱ اعداد دو رقمی مضرب ۵ تشکیل تصاعد حسابی با قدرنسبت ۵ را می‌دهند که تعداد آن‌ها برابر است با:

۱۰, ۱۵, ۲۰, ..., ۹۵

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 95 = 10 + (n-1)5 \Rightarrow n-1 = \frac{85}{5} \Rightarrow n-1 = 17 \Rightarrow n = 18$$

$$\cos^3 x + 3 \cos x = \varepsilon \xrightarrow{\cos x = t} t^3 + 3t - \varepsilon = 0$$

۱۱۲- پاسخ گزینه ۴

چون مجموع ضرایب معادله‌ی فوق صفر است یک ریشه‌ی معادله ۱ است و برای به دست آوردن ریشه‌های دیگر عبارت را بر $t-1$ تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{array}{r} t^2 + 3t - 4 \quad | \quad t - 1 \\ -t^2 + t^2 \\ \hline t^2 + 3t - 4 \\ -t^2 + t \\ \hline 4t - 4 \end{array}$$

ریشه ندارد. $\Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow t^2 + t + 4 = 0$

پس تنها ریشه‌ی معادله $t=1$ است. داریم:

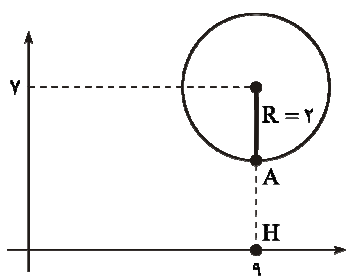
$$\cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2\pi \end{cases}$$

دو ریشه در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ دارد.

۱۱۳- پاسخ گزینه‌ی ۱

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = -1 \xrightarrow[\text{ضرب می‌کنیم.}]{\text{طرفین را در } (-1)} \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{4} = 1$$

می‌دانیم معادله‌ی $\frac{(y-\beta)^2}{a^2} - \frac{(x-\alpha)^2}{b^2} = 1$ معادله‌ی یک هذلولی قائم است.



۱۱۴- پاسخ گزینه‌ی ۴ دایره‌ی $(x-9)^2 + (y-7)^2 = 4$ را در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. مرکز این دایره $C(9, 7)$ و شعاع آن ۲ می‌باشد. با استفاده از شکل مشخص است نزدیک‌ترین نقطه روی دایره از محور x ها نقطه‌ی A می‌باشد که فاصله‌ی آن از محور x ها برابر با ۵ واحد است.

$$AH = 7 - 2 = 5$$

۱۱۵- پاسخ گزینه‌ی ۱

$$y = -x^2 - 2x + 1 \Rightarrow y' = -2x^2 - 2 < 0$$

مشتق تابع همواره منفی است در نتیجه تابع همواره نزولی است و گزینه‌ی ۱ صحیح است.

۱۱۶- پاسخ گزینه‌ی ۳

$$f(x).g(x) = \frac{x^2}{x+1} \cdot \frac{(x+1)^2}{x} = x(x+1)$$

$$(f(x).g(x))' = (x(x+1))' = (x^2 + x)' = 2x + 1 \xrightarrow{x=2} 2(2) + 1 = 5$$

۱۱۷- پاسخ گزینه‌ی ۲

$$y = x\sqrt{x} \Rightarrow y' = \sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot x \Rightarrow y'(\varepsilon) = 2 + \frac{1}{\varepsilon}(\varepsilon) = 3$$

۱۱۸- پاسخ گزینه‌ی ۴ دنباله واگراست. $\{(-1)^n\} = -1, 1, -1, 1, \dots$ گزینه‌ی ۱

دنباله واگراست. $\{\cos \pi n\} = -1, 1, -1, 1, \dots$ گزینه‌ی ۲

واگراست. ۱ یا -1 . $\{(-1)^n + \frac{1}{n}\} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \left((-1)^n + \frac{1}{n} \right) = (-1 \text{ یا } 1) + \frac{1}{+\infty} = (-1 \text{ یا } 1) + 0 = -1 \text{ یا } 1$ گزینه‌ی ۳



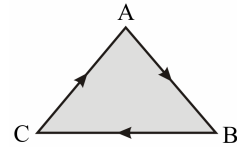
همگراست. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{(-1)^n}{n} \right) = \frac{-1 \text{ یا } 1}{+\infty} = 0$.
گزینه ی ۴: $\left\{ \frac{(-1)^n}{n} \right\}$

۱۱۹- پاسخ گزینه ی ۱ مساحت مثلث ABC با داشتن مختصات سه رأس از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)|$$

$$A(1, 1), B(1, -1), C(2, 2)$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |1(-3) + 1(-2) + 2(0)| = \frac{5}{2}$$



۱۲۰- پاسخ گزینه ی ۳ تعداد جملات بسط $(a+b)^n$ برابر است با $n+1$ جمله.

هفت جمله دارد. $\Rightarrow (x+1)^6$

ریاضی تجربی: مهندس افشین ملاکپور

هندسه تجربی: مهندس رضا شریف خطیبی

مهندس علیرضا شریف خطیبی