

**سلام دانش‌آموزان عزیز و دانشجویان پر تلاش فردا!**

می‌دانم خیلی خسته هستید از صمیم قلب می‌گویم خسته نباشید و خدا قوت. سال سختی را پشت سر گذاشتید؛ ولی مطمئن باشید انشاءالله با قبولی در کنکور هیچ کدام از سختی‌ها، حتی در ذهنتان هم باقی نخواهد ماند و به‌جای آن امید به آینده و اعتماد به نفس و شادی و خوشحالی پر خواهد شد. حتماً همین‌طور خواهد بود.

**اما نقد آزمون ریاضی رشته تجربی کنکور سراسری ۹۱:**

همان‌طور که می‌شد حدس زد به دلیل تغییرات در کتاب‌های ریاضی فرم سؤالات نسبت به کنکور سراسری ۹۰ کمی عوض شده بود ولی راستش را بخواهید این تغییرات خیلی زیاد نبود. شاید بتوان گفت مهم‌ترین تغییر مربوط به کاهش سؤالات مشتق و کاربرد مشتق و افزایش تست‌های مثلثات بود. همه‌ساله از مباحث مشتق و کاربرد مشتق ۶ یا ۷ تست در کنکور سراسری وجود داشت ولی امسال فقط ۳ تست از این دو مبحث مطرح شد؛ ۱ تست مشتق و ۲ تست کاربرد مشتق، نبود سؤالی از مباحث بسیار مهم مثل اکستریم‌های نسبی و مطلق، نقاط بحرانی، معادلات خطوط مماس و قائم و آهنگ متوسط و لحظه‌ای تغییر برای من یک مقدار غیرقابل پیش‌بینی بود؛ زیرا همواره در کنکورهای سال‌های گذشته مورد سؤال بوده‌اند. مبحث حد و پیوستگی امسال در کنکور دارای ۳ تست بود، که نسبت به کنکور سال گذشته ۱ تست افزایش یافته بود و همان‌طور که حدس می‌زدیم به‌خاطر افزایش مباحث مثلثات در کتاب ریاضی ۲ امسال از مباحث مثلثات، ۲ تست مستقیم مطرح شده بود.

با توجه به وجود مباحث احتمالات در کتاب‌های ریاضی ۳ و پیش‌دانشگاهی (قبلاً احتمالات فقط در کتاب پیش‌دانشگاهی وجود داشت) از احتمالات ۳ تست مطرح شده بود، که با توجه به عدم وجود تست از ترکیبیات، منطقی به نظر می‌رسید. (هرچند که حل تست ۱۳۹ اصلاً کار بچه‌های تجربی نبود).

**بودجه‌بندی سؤالات از کتاب‌های ریاضی به صورت زیر می‌باشد:**

ریاضی ۲	ریاضی ۳	آمار مدل‌سازی	پیش ۱	پیش ۲	هندسه
تست ۳	تست ۷	تست ۲	تست ۷	تست ۷	تست ۴

یعنی تقریباً ۵۰٪ پیش و ۵۰٪ پایه که خیلی منطقی به نظر می‌رسد. توزیع سؤالات هم خیلی خوب بود؛ یعنی تقریباً از همه‌ی مباحث سؤال مطرح شده بود. (فقط به نظر من باید حداقل ۱ تست دیگر از مباحث مشتق یا کاربرد مشتق مطرح می‌شد).

**اما راجع به درجه‌ی سختی سؤالات:**

به اعتقاد من، در این آزمون از ۲۶ سؤال ریاضی (به‌جز ۴ سؤال هندسه) ۱۰ سؤال ساده، ۱۱ سؤال متوسط و ۵ سؤال دشوار وجود داشت. (یعنی ۲۰٪ سؤالات دشوار بود). به‌عبارتی آزمون ریاضی سال ۹۱ فقط ۲۰٪ سؤال دشوار داشت که کاملاً آزمون استاندارد محسوب می‌شود. البته می‌دانم جو کنکور و فکر و استرسی که شما دانش‌آموز محترم سر جلسه دارید و این که ریاضی را درس چندم از اختصاص‌ها برای پاسخ‌گویی انتخاب کنید، شرایط را متفاوت می‌کند. با احتساب همه‌ی موارد فوق وضعیت درصد درس ریاضی را در کنکور ۹۱ به‌صورت زیر ارزیابی می‌کنم:

زیر ۲۵٪	۲۵٪ تا ۴۵٪	۴۵٪ تا ۵۵٪	۵۵٪ تا ۶۵٪	بالای ۶۵٪
ضعیف	متوسط	خوب	خیلی خوب	عالی

**آرزو دارم همواره موفق و پیروز باشید!**



\* پرسش‌های ابتکاری و نو

توضیح	شماره پرسش								
<p>مشابه این سؤال در کنکور رشته ریاضی مطرح شده بود ولی در رشته تجربی برای اولین بار مورد سؤال قرار گرفت.</p> $f(x) = x + \sqrt{x} \quad g = \{(1, 2)(5, 4)(6, 5)(2, 3)\}$ $g(f(a)) = 5 \Rightarrow g(a + \sqrt{a}) = 5 \Rightarrow a + \sqrt{a} = 6 \xrightarrow{\sqrt{a}=t} t^2 + t - 6 = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -3 \end{cases} \text{ غ ق ق} \Rightarrow \sqrt{a} = 2 \Rightarrow \boxed{a = 4}$	۱۲۶								
<p>این تست مشابه تمرینات کتاب ریاضی ۲ جدید است و با وجود آن که اصلاً تست سختی نیست ولی تا به حال این نوع سؤال را در توابع نمایی نداشته‌ایم.</p> $f(x) = a \cdot b^x \quad b > 0$ $f(0) = \frac{3}{2} \Rightarrow ab^0 = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{2}$ $f(-2) = \frac{3}{32} \Rightarrow ab^{-2} = \frac{3}{32} \Rightarrow \frac{3}{2b^2} = \frac{3}{32} \Rightarrow b^2 = 16 \Rightarrow b = \pm 4 \text{ غ ق ق}$ $\text{پس: } f(x) = \frac{3}{2} \times 4^x \Rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2} \times (2^2)^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \times 8 = 12$	۱۲۷								
<p>این سؤال شبیه به تمرینات کتاب ریاضی ۲ جدید در صفحات ۱۵۰ و ۱۵۱ می‌باشد. و حل این سؤال نیازی به استفاده از مشتق ندارد. برای آن که تابع <math>y = -4 \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3\pi x\right)</math> بیش‌ترین مقدار را داشته‌باشد، باید حداقل مقدار یعنی -۱ شود، پس داریم:</p> $\cos\left(\frac{\pi}{4} - 3\pi x\right) = -1 \Rightarrow \frac{\pi}{4} - 3\pi x = 2k\pi + \pi \Rightarrow \frac{1}{4} - 3x = 2k + 1$ $\Rightarrow 3x = -2k - \frac{3}{4} \Rightarrow x = -\frac{2k}{3} - \frac{1}{4}$ $k = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}, k = 1 \Rightarrow x = -\frac{11}{12}, k = -1 \Rightarrow x = \frac{5}{12}$ <p>در بازه <math>[-1, 1]</math> در سه نقطه بیش‌ترین مقدار را دارد. (دانش‌آموزان عزیز می‌توانند در کلاس بنده حضور داشتند باید یادشان باشد که در جلسه آخر شبیه این سؤال را در کلاس حل کردم.)</p>	۱۲۸								
<p>همیشه دوست داشتم یک تست از جدول توزیع احتمال مطرح شود. خوشحالم که امسال این اتفاق افتاد. برای حل این تست باید جدول توزیع احتمال را که متغیر تصادفی آن تعداد موش سفید خارج شده است، تشکیل دهیم و ببینیم کدام احتمال از همه بیش‌تر است.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20%;">X تعداد موش سفید خارج شده</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">۰</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">۱</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">۲</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>P(X = x_i)</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{15}{45}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{\binom{4}{1}\binom{6}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{24}{45}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{\binom{4}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{6}{45}</math></td> </tr> </table>	X تعداد موش سفید خارج شده	۰	۱	۲	$P(X = x_i)$	$\frac{\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{15}{45}$	$\frac{\binom{4}{1}\binom{6}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{24}{45}$	$\frac{\binom{4}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{6}{45}$	۱۳۸
X تعداد موش سفید خارج شده	۰	۱	۲						
$P(X = x_i)$	$\frac{\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{15}{45}$	$\frac{\binom{4}{1}\binom{6}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{24}{45}$	$\frac{\binom{4}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{6}{45}$						

<p>با این که حل این معادله‌ی مثلثاتی اصلاً دشوار نیست، ولی اجتماع گرفتن بین جواب‌های عمومی به دست آمده تست را از نظر من جالب و نو نموده است. این مورد در کنکورهای سراسری رشته تجربی کم‌تر مورد توجه قرار گرفته است. فکر می‌کنم علت مطرح شدن این تست قرار گرفتن مثلثات در کتاب ریاضی پیش‌دانشگاهی باشد.</p> $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \Rightarrow -\cos 2x = -\cos x$ $\Rightarrow \cos 2x = \cos x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \Rightarrow x = 2k\pi \\ 2x = 2k\pi - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases} \xrightarrow{\text{اجتماع}} x = \frac{2k\pi}{3}$ <p>دقت شود انتهای کمان‌های <math>\frac{2k\pi}{3}</math> شامل <math>2k\pi</math> نیز می‌باشد.</p>	<p>۱۴۴</p>
<p>مشابه این تست نیز در کنکورهای رشته ریاضی بارها تکرار شده است ولی در رشته تجربی برای اولین بار است که دانش آموز ابتدا باید ضابطه‌ی تابع fog را تشکیل دهد و با توجه به نوع مجانب‌های تابع fog نقطه‌ی تلاقی آن‌ها را به دست بیاورد. به نظر من خیلی از بچه‌ها از صورت این سؤال می‌ترسند و آن‌را بدون پاسخ خواهند گذاشت.</p> $f(x) = \frac{x+3}{2x+1}, \quad g(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ $(fog)(x) = f\left(\frac{2x-1}{x+2}\right) = \frac{\frac{2x-1}{x+2} + 3}{\frac{4x-2}{x+2} + 1} = \frac{\frac{5x+5}{x+2}}{\frac{5x}{x+2}} = \frac{5x+5}{5x}$ <p>(۰, ۱) نقطه‌ی تلاقی مجانب‌ها <math>\Rightarrow x=0</math> مجانب قائم و <math>y=1</math> افقی</p>	<p>۱۴۷</p>
<p>با توجه به تست‌های ابتکاری و جدیدی که امسال مطرح شد به نظر من بهتر بود سؤال طول وتر کانونی هذلولی مطرح نمی‌شد، چون رابطه‌ی آن دقیقاً مانند طول وتر کانونی بیضی است که در کنکور ۹۰ (سال گذشته) مطرح شده بود.</p>	<p>۱۴۹</p>

**\* پرسش‌های دشوار یا وقت‌گیر**

توضیح	شماره پرسش
<p>وصف این سؤال را در قسمت قبل مطرح کردم. فکر نمی‌کنم دانش‌آموزی که شبیه این سؤال را قبلاً ندیده باشد بتواند آن‌را حل کند.</p>	<p>۱۲۸</p>
<p>ظاهر سؤال ساده است. میانگین ۵۰ داده‌ی آماری در یک جدول فراوانی، ولی وقتی دانش‌آموز شروع به محاسبه می‌کند درمی‌یابد که باید وقت زیادی را برای حل این سؤال صرف کند و شاید بی‌خیال حل آن شود اما دانش‌آموزانی که متوجه شوند می‌توانند ابتدا از همه داده‌ها ۱۲۲ واحد (داده وسط) را کم کنند، میانگین را حساب کرده و سپس به آن ۱۲۲ واحد اضافه کنند کار خیلی سختی پیش‌رو نخواهند داشت.</p>	<p>۱۳۱</p>

$\begin{array}{c cccccc} x & -12 & -6 & 0 & 6 & 12 \\ \hline f & 5 & 8 & 15 & 12 & 10 \end{array}$ $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{-60 - 48 + 0 + 72 + 120}{50} = \frac{84}{50} = 1/68$ $\bar{x} = 1/68 + 122 = 123/68$	
<p>به دست آوردن ضابطه‌ی تابع معکوس در توابع چندضابطه‌ای در کتاب ریاضی پیش مطرح شده‌است و این سؤال خارج از کتاب نیست ولی حل آن خیلی وقت گیر است. دقت کنید:</p> $y = \frac{x}{1+ x } \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0: y = \frac{x}{1+x} \Rightarrow y+xy = x \Rightarrow x = \frac{y}{1-y}: 0 \leq y < 1 \\ x < 0: y = \frac{x}{1-x} \Rightarrow y-yx = x \Rightarrow x = \frac{y}{1+y}: -1 < y < 0 \end{cases}$ $\Rightarrow x = \frac{y}{1- y }:  y  < 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{1- x }:  x  < 1$ <p>البته می‌توانستید با عددگذاری گزینه‌ی درست را انتخاب کنید!</p>	<p>۱۴۰</p>
<p>دقیقاً شبیه به تمرین کتاب درسی صفحه‌ی ۳۲ پیش‌دانشگاهی می‌باشد، سال‌ها منتظر این سؤال بودم حل تشریحی این سؤال دشوار است، ببینید:</p> $4n^2 - 4n + 1 < 4n^2 - 3n + 1 < 4n^2 \Rightarrow (2n-1)^2 < 4n^2 - 3n + 1 < (2n)^2$ $\Rightarrow 2n-1 < \sqrt{4n^2 - 3n + 1} < 2n \Rightarrow [\sqrt{4n^2 - 3n + 1}] = 2n-1$ <p>از طرفی: <math>n^2 - 4n + 4 &lt; n^2 - 2n &lt; n^2 - 2n + 1 \Rightarrow (n-2)^2 &lt; n^2 - 2n &lt; (n-1)^2</math></p> $\Rightarrow n-2 < \sqrt{n^2 - 2n} < n-1 \Rightarrow [\sqrt{n^2 - 2n}] = n-2$ $[\sqrt{4n^2 - 3n + 1}] - 2[\sqrt{n^2 - 2n}] = 2n-1 - 2(n-2) = 3$ <p>حالا این نامساوی‌ها چگونه به ذهن دانش‌آموز برسد، خدا می‌داند؟! اما روش حل تستی آن: چون در صورت سؤال ذکر شده‌است رابطه‌ی داده‌شده به ازای هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۲ برقرار است، می‌توان عدد ۳ را به جای n قرار داده و حاصل را به دست آورد.</p> $n=3 \Rightarrow [\sqrt{36-9+1}] - 2[\sqrt{9-6}] = 5 - 2(1) = 3$	<p>۱۴۱</p>
<p>نمودار تابع <math>y = \frac{x^3}{x^2+1}</math> در حوالی مبدأ مختصات چگونه است؟</p> <p>نظر شما چیست؟ دانش‌آموز رشته‌ی ریاضی می‌داند ریشه‌های مکرر مرتبه فرد تابع <math>y = f(x)</math> طول نقطه عطف افقی تابع است و به راحتی گزینه‌ی ۴ را انتخاب می‌کند، اما دانش‌آموز رشته تجربی!</p> $y' = \frac{3x^2(x^2+1) - 2xx^3}{(x^2+1)^2} \Rightarrow y' = \frac{x^4 + 3x^2}{(x^2+1)^2} \Rightarrow y'(0) = 0$ <p>یعنی در <math>x=0</math> شیب خط مماس برابر صفر است، که فقط در گزینه‌ی ۴ این اتفاق افتاده‌است. از طرفی <math>x=0</math> ریشه‌ی مضاعف <math>y'</math> می‌باشد یعنی علامت مشتق در طرفین <math>x=0</math> عوض نمی‌شود. (<math>x=0</math> اکسترمم نیست) و این</p>	<p>۱۴۶</p>

	<p>نشان می‌دهد <math>x = 0</math> طول عطف افقی است.</p> <p>فکر می‌کنم اگر گزینه‌های تست به صورت مقابل مطرح می‌شد قشنگ‌تر بود. که در این صورت دانش‌آموز مجبور می‌شد، به نوع ریشه و همچنین علامت مشتق هم دقت کند.</p>
--	---

**\* پرسش‌های غیراستاندارد یا نادرست**

توضیح	شماره پرسش
<p>درک و حل این سؤال برای دانش‌آموز رشته تجربی تقریباً امکان‌پذیر نیست. هر چند دانش‌آموز رشته ریاضی شبیه این سؤال را زیاد دیده و از نظر او یک سؤال استاندارد محسوب می‌شود. برای حل این سؤال اولاً باید بدانیم احتمال آن که در پرتاب دو تاس هر دو بار عددی زوج ظاهر شود، برابر است با: <math>\frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{4}</math></p> <p>پس احتمال آن که هر دو تاس زوج ظاهر نشوند برابر است با: <math>1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}</math></p> <p>دشواری سؤال این‌جا است «با کدام احتمال حداکثر در سه پرتاب نتیجه حاصل می‌شود» یعنی هر دو تاس زوج می‌آیند.</p> <p>حالت‌های مختلف به این صورت است که ممکن است دفعه اول هر دو تاس زوج ظاهر شوند یا دفعه اول زوج ظاهر نشوند و دفعه دوم زوج ظاهر شوند و یا دفعه اول و دوم آزمایش زوج ظاهر نشوند و دفعه سوم هر دو زوج ظاهر شوند محاسبه آن به صورت زیر است:</p> $\frac{1}{4} + \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} = \frac{37}{64}$ <p>واقعاً غیراستاندارد بود.</p>	۱۳۹
<p>در کتاب ریاضی ۳ جدید پیوستگی مقدار در نقطه مطرح شده است و پیوستگی در بازه یا در <math>R</math> وجود ندارد. بهتر بود طراح محترم سؤال به جای پیوستگی در <math>R</math> پیوستگی را در نقطه <math>x = 2</math> مورد سؤال قرار می‌داد. هر چند این تست برای دانش‌آموزان اصلاً دشوار نیست.</p>	۱۳۶