❊ نگاه کلی

دانش‌آموزان عزیز، سلام، خسته‌نباشید! البته مطمئناً دانش‌آموزانی که یک‌سال کامل درس‌خوانده‌اند و تلاش‌کرده‌اند حتماً خسته‌اند؛ اما امیدوارم بعد از کنکور نتیجه به‌صورتی باشد که خستگی را از شما دور کند، اگر هم این‌طور نیست مأیوس و دلسرد نشوید، شما هنوز آزمون پزشکی دانشگاه آزاد را پیش‌رو دارید. به تلاشتان ادامه دهید، یادتان باشد خیلی از دانش‌آموزان این دو سه هفته اصلاً درس نمی‌خوانند و شما می‌توانید با تلاش در این فرصت باقی‌مانده نتیجه‌ی دانشگاه آزاد را به نفع خودتان رقم بزنید. کار سختی نیست! امتحان کنید.

اما نقد آزمون ریاضیات تجربی در کنکور سال ۸۹:

قالب کلی آزمون و نوع سؤالات و بودجه‌بندی آن‌ها با کنکورهای سال‌های قبل تفاوتی نداشته و فقط در یکی دو مبحث تعداد سؤالات نسبت به کنکورهای گذشته تغییر کرده‌بود. مثلاً در کنکورهای سال‌های قبل از مباحث مشتق و کاربرد مشتق همواره ٦ سؤال مطرح می‌شد که در کنکور ۸۹ تعداد سؤال از این مبحث ۱ عدد کم شده‌بود و ٥ سؤال مطرح‌شده‌بود و به‌جای آن ۱ سؤال به مباحث آنالیز ترکیبی و احتمال که همواره دارای ۲ سؤال بود اضافه‌شده‌بود. در کنکور امسال یک سؤال آنالیز ترکیبی و ۲ سؤال احتمالات طرح‌شده‌بود (لطفاً سطح این سؤالات را با سؤالات احتمال سنجش مقایسه کنید). همان‌طورکه می‌شد حدس زد ۱ تست از مبحث دنباله‌ها که در کنکور ۸۸ جایش خالی بود مطرح‌شده‌بود که خوشبختانه این تست برخلاف تست‌های سال‌های قبل تست بسیار ساده‌ای بود و به‌جای آن از مجانب‌ها تستی طرح‌نشد.

از مباحث ماتریس، بردار، معادله‌ی درجه‌ی دوم، دستگاه معادلات خطی، بسط دوجمله‌ای، دایره و بیضی سؤالی طرح‌نشده‌بود، که با توجه به تعدد مباحث در ریاضیات تجربی امری طبیعی است، زیرا در طرح ۳۰ سؤال واقعاً نمی‌توان از تمامی مباحث سؤال طرح نمود.

نسبت تعداد سؤال‌های ریاضیات پایه و ریاضیات پیش‌دانشگاهی و پایه‌های مرتبط به آن مانند کنکورهای گذشته بود. یعنی تعداد ۱۰ سؤال از ریاضیات پایه (۳۳ درصد) که از این ۱۰ سؤال ٤ سؤال به هندسه‌ی ۱ اختصاص داشت و ۲۰ سؤال مربوط به ریاضیات پیش‌دانشگاهی و پایه‌های مرتبط به آن بود.

به نظر من اکثر سؤالات درحد تقریباً متوسطی مطرح‌شده‌بود و مثل کنکورهای گذشته سؤال‌های خیلی ساده و خیلی دشوار در این کنکور نیز به‌چشم نمی‌خورد. (به غیر از دو سه مورد) و مطابق سال‌های قبل، چند سؤالی هم از نظر حجم محاسبات طولانی بود مثل سؤال ۱۳۹ (احتمال) و یا سؤال ۱٤۷ (جهت تقعّر). در نهایت فکر می‌کنم جدول زیر بتواند بیانگر وضعیت شما دانش‌آموز عزیز باشد:

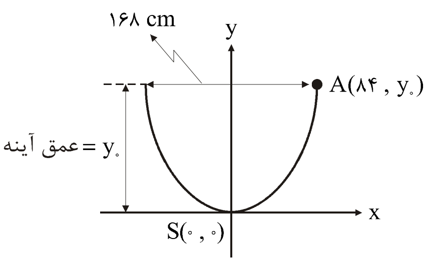
بالاتر از ٪۶۵	۵۰-۶۵	۳۵-۵۰	۱۵-۳۵	۰-۱۵
عالی	خیلی‌خوب	خوب	متوسط	ضعیف

در نتیجه دانش‌آموزانی که درصد بالاتر از ۵۰ کسب کرده‌اند وضعیت خیلی‌خوبی دارند؛ اما یادتان باشد کنکور یک مسابقه است و برنده‌شدن در این مسابقه کاملاً بستگی به وضعیت رقبای شما دارد. ما در این مسابقه نیاز به حد

نصاب نمره نداریم؛ پس اگر احیاناً درصدتان کم‌تر از ۵۰ هم شده‌است نگران نباشید! ممکن است شما در دروس دیگرتان توانسته‌باشید وضعیت مطلوب کسب کنید و در نهایت در رشته‌ای که دوست دارید، قبول شوید.

* پرسش‌های ابتکاری و نو

شماره‌ی پرسش	توضیح
۱۲۸	این تیپ معادله‌ی مثلثاتی در کنکورهای رشته‌ی تجربی تا به حال مطرح‌نشده‌بود و به احتمال زیاد دانش‌آموزان در برخورد با این سؤال $\tan\left(x+\frac{\pi}{٤}\right)$ و $\tan\left(x-\frac{\pi}{٤}\right)$ را با روابط کمان‌های مجموع و تفاضل باز می‌کنند، که دراین‌صورت حل سؤال خیلی وقت‌گیر می‌شود. ولی روش مدنظر طراح سؤال تبدیل $\tan\left(x-\frac{\pi}{٤}\right)$ به $-\tan\left(\frac{\pi}{٤}-x\right)$ بوده‌است. که پس از این تبدیل دو کمان $x+\frac{\pi}{٤}$ و $\frac{\pi}{٤}-x$ متمم هم خواهندشد و در نتیجه به‌جای $\tan\left(\frac{\pi}{٤}-x\right)$ می‌توان $\cot\left(x+\frac{\pi}{٤}\right)$ را قرارداد. $\tan\left(x+\frac{\pi}{٤}\right)+\tan\left(x-\frac{\pi}{٤}\right)=٢\sqrt{٣} \Rightarrow \tan\left(x+\frac{\pi}{٤}\right)-\cot\left(x+\frac{\pi}{٤}\right)=٢\sqrt{٣}$ می‌دانیم: $\cot x-\tan x=٢\cot ٢x$ پس داریم: $-٢\cot\left(\frac{\pi}{٢}+٢x\right)=\frac{٢}{\sqrt{٣}} \Rightarrow \tan ٢x=\sqrt{٣} \Rightarrow ٢x=k\pi+\frac{\pi}{٣} \Rightarrow \boxed{x=\frac{k\pi}{٢}+\frac{\pi}{٦}}$ این سؤال جزء سؤال‌های دشوار نیز محسوب می‌شود.
۱۴۵	اگر صورت سؤال به این شکل تغییر می‌کرد: معادله‌ی مماس بر منحنی به معادله‌ی $y=x^٣+٣x^٢+١$ که بر خط $x-٣y=٢$ عمود است، کدام است؟ برای اکثر دانش‌آموزان شناخته‌شده‌بود. اما چون در صورت سؤال قیدشده این خط مماس از نقطه‌ای با کدام مختصات می‌گذرد، سؤال را تبدیل به یک سؤال جدید نموده‌است. روش‌حل: $x-٣y=٢ \Rightarrow$ شیب خط $m=\frac{١}{٣}$ چون مماس بر منحنی بر این خط عمود است پس شیب آن -٣ است پس مشتق منحنی را برابر -٣ قرار می‌دهیم تا نقطه‌ی تماس به‌دست آید. $y'=٣x^٢+٦x=-٣ \Rightarrow ٣x^٢+٦x+٣=٠ \Rightarrow ٣(x+١)^٢=٠ \Rightarrow x=-١$ نقطه‌ی تماس $A(-١,٣) \Rightarrow y=-١+٣+١=٣$ حال با داشتن نقطه‌ی تماس و شیب خط می‌توان معادله‌ی خط مماس را نوشت: $y-٣=-٣(x+١) \Rightarrow y=-٣x$ در نهایت باید ببینیم مختصات کدام گزینه در این خط صدق می‌کند.

١٤٤	با وجود آن‌که این سؤال جزء سـؤالات دشـوار کنکـور محـسوب نمـی‌شـود، امـا معمـولاً سـؤالات لگـاریتم بـه این‌صورت مطرح‌نمی‌شد و به نظر من این سؤال نیز جزء سؤالات ابتکاری و نو آزمون محسوب می‌شود. $\log_{٢}^{x}+\log_{٢}^{y}=٢ \Rightarrow \log_{٢}^{xy}=٢ \Rightarrow xy=٩$ $x^{٢}+y^{٢}=٤٦ \Rightarrow (x+y)^{٢}-٢xy=٤٦ \Rightarrow (x+y)^{٢}=٤٦+١٨$ $\Rightarrow (x+y)^{٢}=٦٤ \Rightarrow x+y=\pm ٨$ $\log_{٤}^{(x+y)}=\log_{٤}^{٨}=\log_{٢^{٢}}^{٢^{٣}}=\frac{٣}{٢}$
١٤٨	این سؤال دقیقاً تمرین ٦ صفحه‌ی ١٥٩ کتاب درسی است که برای اولین‌بار در کنکور سراسری مـورد اسـتفاده قرارگرفت. اگر دانش‌آموزان ایـن سـؤال را قـبلاً حـل نکـرده‌باشـند، احتمالاً از حل آن در کنکور سراسری عاجز بوده‌اند.  $x^{٢}=٤Py \xrightarrow{P=٧٢} x^{٢}=٤\times ٧٢y$ نقطه‌ی $A(٨٤ , y_{٠})$ در معادله‌ی فوق صدق می‌کند، پس داریم: $(٨٤)^{٢}=٤\times ٧٢y_{٠} \Rightarrow y_{٠}=\frac{٨٤\times ٨٤}{٤\times ٧٢}=\frac{٢١\times ٧}{٦}=\frac{٤٩}{٢}=٢٤/٥$

* پرسش‌های دشوار یا وقت‌گیر

شماره‌ی پرسش	توضیح
١٢٨	توضیحات این سؤال در قسمت قبل مطرح‌شد.
١٣٣	صورت سؤال برای دانش‌آموزان کاملاً شناخته‌شده‌است ولـی اگـر تـابع $g(x)=x^{٢}+٢x+١$ را بـا $(x+١)^{٢}$ جایگزین نکنند پرسش وقت‌گیری محسوب می‌شود.
١٣٦	اگـر از تـابع $y=\frac{١-\tan ٢x}{١+\tan ٢x}$ بخـواهیم مـستقیماً مـشتق‌گیـری کـنیم، سـؤال دشـواری محـسوب مـی‌شـود. درصورتی‌که هدف طراح ابتدا ساده‌کردن تابع و سپس مشتق‌گیری بوده‌است. $y=\frac{١-\tan ٢x}{١+\tan ٢x}=\tan\left(\frac{\pi}{٤}-٢x\right) \Rightarrow y'=-٢\left(١+\tan^{٢}\left(\frac{\pi}{٤}-٢x\right)\right)$ $\Rightarrow y'\left(\frac{\pi}{٨}\right)=-٢(١+\tan^{٢}٠)=-٢$ البته برای مشتق‌گیری می‌توانستیم از رابطه‌ی زیر نیز استفاده کنیم: $y=\frac{au+b}{cu+d} \Rightarrow y'=\frac{ad-bc}{(cu+d)^{٢}}.u'$

۱۳۷	در توابع درجه سوم هنگامی‌که مماس بر منحنی در نقطه‌ی عطف موازی محور xهاست. (عطف افقی) حتماً مشتق ریشه‌ی مضاعف دارد. $y' = ۳x^۲ + ۲ax + b \xrightarrow{\Delta' = ۰} a^۲ - ۳b = ۰ \Rightarrow a^۲ = ۳b \Rightarrow$ گزینه‌ی ٤ صحیح است. دانش‌آموزان معمولاً به نکات مربوط به توابع درجه‌ی سوم مسلط نیستند، از این جهت این تست نیز می‌تواند جزء تست‌های دشوار کنکور محسوب شود.
۱۳۹	صورت سؤال بسیار ساده و آشناست و هر ساله در کنکور سراسری مورد استفاده قرار می‌گیرد. اما بعد از شروع حل، دانش‌آموز متوجه می‌شود که با محاسبات پیچیده‌ای سروکار دارد که رسیدن به پاسخ برای داوطلبان واقعاً دشوار است. $۱ - \left(\binom{۵}{۰}(۰/۲)^۵ + \binom{۵}{۱}(۰/۸)(۰/۲)^٤\right) = ۱ - \left(\frac{۳۲}{۱۰۰۰۰۰} + \frac{۵ \times ۱۲۸}{۱۰۰۰۰۰}\right) = ۱ - \frac{٦۷۲}{۱۰۰۰۰۰}$ $= ۱ - ۰/۰۰٦۷۲ = ۰/۹۹۳۲۸$
۱٤۱	کلاً مثلثات برای دانش‌آموزان رشته‌ی تجربی دشوار است. حال اگر با براکت نیز ترکیب شود سخت‌تر هم خواهدشد. به‌نظر من این سؤال دشوارترین سؤال کنکور ۸۹ بود. $[\cos \pi x] = ۰ \Rightarrow ۰ \le \cos \pi x < ۱ \xrightarrow{\text{با توجه به دایره‌ی مثلثاتی}} k\pi - \frac{\pi}{۲} \le \pi x < k\pi + \frac{\pi}{۲} \quad , \quad \pi x \ne ۲k\pi$ $\Rightarrow k - \frac{۱}{۲} \le x \le k + \frac{۱}{۲} \ , \ x \ne ۲k$ در نتیجه تابع در بازه‌های $\left[-\frac{۱}{۲}, \frac{۱}{۲}\right] - \{۰\}$ و $\left[\frac{۳}{۲}, \frac{۵}{۲}\right] - \{۲\}$ و ... تعریف نمی‌شود و در بازه‌ی $\left(\frac{۱}{۲}, \frac{۳}{۲}\right)$ قابل‌تعریف است.
۱٤۷	در این تست نیز صورت سؤال بسیارساده و قابل‌حل است؛ یعنی دانش‌آموز می‌داند باید از تابع دوبار مشتق بگیرد و آن را تعیین‌علامت کند. اما اگر بعد از مشتق‌گیری اول، مشتق را ساده نکند مشتق‌گیری دوم بسیار وقت‌گیر و سخت خواهدبود. $y = (x^۲ + ۲x + ۲)e^{-x} \Rightarrow y' = (۲x + ۲)e^{-x} - e^{-x}(x^۲ + ۲x + ۲)$ $\Rightarrow y' = e^{-x}(۲x + ۲ - x^۲ - ۲x - ۲) = -e^{-x}x^۲$ $\Rightarrow y'' = -e^{-x}x^۲ + ۲x(-e^{-x}) = e^{-x}(x^۲ - ۲x) < ۰ \Rightarrow ۰ < x < ۲$

* پرسش‌های غیراستاندارد یا نادرست

شماره‌ی پرسش	توضیح
۱۲۹	من فکر می‌کنم تمامی دانش‌آموزان عزیز مبحث جایگشت با تکرار معین را در کلاس درس مورد بررسی قرارداده‌اند چون این مبحث همواره در دانشگاه آزاد موردنظر طراحان محترم بوده‌است؛ ولی باید بدانیم این مبحث در آنالیز ترکیبی کتاب ریاضی ۲ آورده‌نشده‌است و به نظر من استفاده از این سؤال در کنکور سراسری جایز نیست. $ATA \times IA \Rightarrow$ تعداد کل جایگشت‌ها $n(s)=\frac{6!}{3!}=6\times5\times4=120$ $T\times I\boxed{AAA}:$ $\Rightarrow$ تعداد جایگشت‌ها هنگامی‌که ۳ حرف A کنار هم باشند $n(A)=4!=24 \Rightarrow P(A)=\frac{24}{120}=\frac{1}{5}$

مهندس افشین ملاک‌پور