



این آخرین نقد و بررسی درس ریاضی آزمون‌های جامع سنجش، برای کنکور ۱۳۹۱ است. امیدوارم این نوشته‌ها، در راستای بهبود درصد ریاضی و رفع ابهامات داوطلبان، نقشی هر چند کوچک اما موثر داشته باشد. پوزش من را بابت لغزش‌ها و خطاهای احتمالی ببخیزید. از همراهی‌تان صمیمانه قدردانی می‌کنم. آرزومند موفقیت همه شما در کنکور سراسری و آزمونهای مهم‌تر زندگی هستیم.

* نگاه کلی

اکثر سؤالات آزمون جامع سوم، با تست‌های کنکور سراسری سال‌های قبل شباهت بسیار زیادی دارند:

شماره سؤال	تست‌های مشابه در کنکور سراسری	میزان تفاوت
۱۳۲	سراسری تجربی ۸۵: آزمایشی فقط دو نتیجه‌ی شکست و پیروزی دارد. احتمال پیروزی $\frac{3}{4}$ است و X تعداد پیروزی‌ها در ۱۶ بار تکرار این آزمایش‌هاست. $P(0 \leq X \leq 16)$ کدام است؟	فقط تغییر عدد ۱۶ به ۱۲
۱۳۴	سراسری تجربی ۸۵: در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2(2-x)^2$ ، حاصل $f(1+x) - f(1-x)$ کدام است؟	بدون تغییر
۱۳۵	سراسری تجربی ۸۵: حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{4x-8} - \frac{1}{x^2-4} \right)$ کدام است؟	تغییر اعداد
۱۳۶	سراسری تجربی ۸۵: تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{2x+ x } & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ از نظر پیوستگی در $x = 0$ چگونه است؟	تغییر ظاهر تابع
۱۳۷	سراسری تجربی ۸۴: اگر $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ و $f \circ g(x) = \frac{x^2+2}{x+1}$ باشد، مقدار $g(1)$ کدام است؟	تغییر خواسته نهایی
۱۴۰	سراسری تجربی ۸۴: معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع $y = \tan^2 x + \cos 2x$ در $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟	بدون تغییر
۱۴۲	سراسری تجربی ۸۵: در داخل مثلث قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین، بزرگ‌ترین مربع ممکن را قرار می‌دهیم، نسبت مساحت این مربع به مساحت مثلث مفروض چه قدر است؟	بدون تغییر
۱۴۳	سراسری تجربی ۸۷: در دوزنقه‌ای به طول قاعده‌های ۶ و ۹ و ارتفاع ۲ واحد، امتداد دو ساق در نقطه‌ی M متقاطع‌اند، فاصله‌ی M از قاعده‌ی بزرگ‌تر، چه قدر است؟	بدون تغییر
۱۴۴	سراسری تجربی ۸۷: در مکعب شکل مقابل، زاویه‌ی صفحه‌ی قطری رنگ شده، با صفحه‌ی وجه $ABCD$ ، چند درجه است؟	تغییر بیان سؤال

تغییر عدد	سراسری تجربی ۸۱: نقطه‌ی M درون مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع $6\sqrt{3}$ قرار دارد، مجموع فاصله‌های این نقطه از سه ضلع مثلث چه قدر است؟	۱۴۵
بدون تغییر	سراسری تجربی ۸۲: خانواده‌ای دارای چهار فرزند است. می‌دانیم که دو فرزند اول آن‌ها پسر است. احتمال آن که دو فرزند دیگر این خانواده دختر باشد، کدام است؟	۱۴۶
تغییر تابع سؤال	سراسری تجربی ۸۲: فاصله‌ی نقطه‌ی برخورد تابع نمایی $y = 2^x$ با محور y ها و نقطه‌ی برخورد معکوس این تابع نمایی با محور x ها کدام است؟	۱۴۷
تغییر ظاهر سؤال با تبدیل ۳ به ۷	سراسری تجربی ۸۱: اگر جملات دنباله‌ی $\left\{\frac{3}{n}\right\}$ برای مقادیر $n \geq n_0$ در بازه‌ی $(0, 0.1875)$ قرار گیرند، کوچک‌ترین مقدار n_0 کدام است؟	۱۴۸
بدون تغییر	سراسری تجربی ۸۳: در یک نقطه از منحنی به معادله‌ی $\sqrt{y} + yx\sqrt{x} - 6x = 0$ مماس بر منحنی موازی محور x ها است. طول آن نقطه کدام است؟	۱۴۹
بدون تغییر	سراسری تجربی ۸۷: دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 8$ و $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 12 = 0$ نسبت به هم کدام وضع را دارند؟	۱۵۱
تغییر جزئی صورت کسر	سراسری تجربی ۸۲: مجانب‌های منحنی به معادله‌ی $y = \frac{x^3 + x^2}{(x-1)^2}$ در نقطه‌ی A متقاطع‌اند، عرض این نقطه کدام است؟	۱۵۲
تغییر بیان سؤال	سراسری تجربی ۸۳: با توجه به شکل مقابل مساحت ناحیه‌ی رنگی چه قدر است؟ 	۱۵۴

۱۷ سؤال کاملاً مشابه کنکورهای سراسری دهه ۸۰ بوده‌اند! اگر کمی سلیقه در انتخاب و تغییر صورت این تست‌ها بکار می‌رفت (مانند آنچه در سؤال ۱۴۴ و ۱۵۴ انجام گرفته)، این آزمون فوق‌العاده مفیدتر بود. پس اگر داوطلبی روی سؤالات سراسری ده دوره‌ی اخیر کار کرده‌باشد، می‌تواند حداقل ۱۰ سؤال را از حفظ یا تکرار راه حل قبلی جواب بدهد. به نظر نگارنده، نمرات تراز چنین آزمونی (با تکرار سؤالات کنکورهای گذشته)، خیلی منصفانه نیست. چون تعدادی از داوطلبان، با استفاده از حافظه به انتخاب گزینه می‌پردازند. در عوض، این آزمون بستر مناسبی برای مرور سؤالات کنکورهای گذشته ایجاد می‌کند و نگرانی از بابت استاندارد بودن سؤالات و نزدیکی آن‌ها به کنکور، کاملاً رفع می‌شود.

بودجه‌بندی سؤالات و توزیع تست‌ها بین مباحث مختلف، بسیار بهتر از دو آزمون قبلی بود. بالاخره مباحث آهنگ تغییر و معادله درجه دوم و انتگرال نیز مورد لطف طراحان سنجش قرار گرفتند. اما در سه آزمون جامع سنجش، هیچ تستی از فرمول احتمال کل، رشد و زوال و شناخت نمودار توابع مطرح نشد.

*** پرسش‌های ابتکاری و نو**

شماره پرسش	توضیح
۱۲۶	پاسخ‌گو عبارت $[2x+1]$ را به شکل $[2x]+1$ درآورده است. خروج عدد صحیح از براکت را همیشه در نظر داشته باشید.
۱۲۷	این که $9+4\sqrt{5}$ همان $(2+\sqrt{5})^2$ است، مشابه سؤال سراسری ۹۰ بود و به دقت نیاز داشت.
۱۲۸	توجه به این که در تصاعد (دنباله) هندسی، برای رابطه $B^2 = AC$ باید A, C هم علامت باشند ایده‌ی جدید این سؤال بود.
۱۲۹	استفاده پاسخ‌گوی محترم از روش Δ' برای بررسی معادله درجه دوم، حرکت مفیدی است. داوطلب با اعداد کوچکتری مواجه می‌شود. وقتی b زوج است $(b' = \frac{b}{2})$ داریم: $\Delta' = b'^2 - ac$ و جواب‌های معادله نیز $\frac{-b' \pm \sqrt{\Delta'}}{a}$ هستند.
۱۳۱	اصطلاح «تبدیل» برای داده‌های جدید به شکل $U = 100x + 500$ تاکنون در تست‌های کنکور نیامده بود.
۱۳۹	این سؤال آهنگ تغییر، از همه جهات (بیان، خواسته و سطح دشواری و میزان محاسبات لازم) بسیار به کنکور سراسری نزدیک است.
۱۴۱	این سؤال نیز با اعداد مناسب و سطح دشواری خوب، بسیار به کنکور سراسری نزدیک است.
۱۴۴	اصطلاح «صفحه قطری» در کتاب درسی هندسه (۱) مورد تأکید نیست. اما با توجه به طرح سؤال از آن در سراسری ریاضی ۹۰، احتمال دارد در سراسری تجربی هم مورد پرسش قرار گیرد. بعلاوه، در پاسخ سؤال، از این ویژگی که اگر خطی بر دو خط متقاطع در یک صفحه عمود باشد، بر آن صفحه عمود است، استفاده شده است.
۱۵۰	در پاسخ‌گویی به این سؤال، بعد از تعیین علامت مشتق دوم، با دقت به دامنه‌ی تابع جواب نهایی انتخاب می‌شود. دقت به دامنه $\ln x$ ، در سؤال تقعر سراسری خارج ۸۹ هم مورد نظر بوده است. این ایده در کنکور داخل تاکنون نیامده است و در کنکور ۹۱ می‌تواند مورد سؤال باشد.
۱۵۵	پاسخ‌گوی محترم برای $-2 \int \frac{dx}{\sqrt{x}}$ بسیار هوشمندانه عمل کرده است. به جای استفاده از توان کسری، آنرا به شکل $-4 \int \frac{dx}{2\sqrt{x}}$ نوشته و سپس با استفاده شهودی از فرمول مشتق \sqrt{x} ، تابع اولیه را به صورت $-4\sqrt{x}$ بیان می‌کند. در راستای این خط فکری و برای افزایش سرعت در انتگرال‌گیری، این روابط را توجیه کنید: $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$, $\int \frac{dx}{x} = -\frac{1}{x} + C$, $\int \sqrt{x} dx = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$

*** پرسش‌های غیراستاندارد یا نادرست**

شماره پرسش	توضیح
۱۳۶	از سال ۱۳۸۹ به بعد بحث پیوستگی از چپ یا راست در کتاب ریاضی (۳)، وجود ندارد. البته معمولاً در کلاس‌های درس مطرح می‌شود و داوطلبان مشکل خاصی برای حل این سؤال ندارند.

*** پرسش‌های دشوار یا وقت گیر**

شماره پرسش	توضیح
۱۳۰	به جای حل معادله، گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم: $\pm \frac{\pi}{۲}$ صدق نمی‌کنند، $x = 0$ هم صدق نمی‌کند. پس فقط گزینه‌ی ۱ می‌تواند درست باشد.
۱۳۱	با استفاده از روش میانگین حدسی، سریع‌تر به میانگین می‌رسیم: $\bar{x} = ۶۰ + \frac{۴(۱۲) + ۲(۱) + ۳(۱۶) + ۲(-۱۶)}{۴ + ۲ + ۳ + ۲} = ۶۰ + \frac{۴۸ + ۲ + ۴۸ - ۳۲}{۱۱} = ۶۰ + \frac{۶۶}{۱۱} = ۶۶$
۱۳۳	اگر دقت کنید داده‌ها تصاعد حسابی با قدرنسبت $d = ۳$ می‌سازند. پس میانگین برابر میانه است: $\bar{x} = x_p = ۴۲$ برای انحراف معیار هم با توجه به تشکیل دنباله حسابی داریم: $S = d\sqrt{\frac{N^2 - 1}{۱۲}} = ۳\sqrt{\frac{۵^2 - 1}{۱۲}} = ۳\sqrt{۲}$ حالا ضریب تغییرات برابر است با $CV = \frac{S}{\bar{x}} = \frac{۳\sqrt{۲}}{۴۲} = \frac{\sqrt{۲}}{۱۴} \approx \frac{۱/۴}{۱۴} = ۰/۱$ (بهتر بود در صورت سؤال کلمه تقریباً بیاید.)
۱۳۴	می‌توانیم به جای انجام محاسبات، $x = ۱$ را در صورت سؤال بگذاریم. آن وقت باید $f(۲) - f(0)$ را پیدا کنیم. اما $f(۲) = f(0) = 0$. پس جواب به ازای $x = ۱$ باید صفر باشد که فقط به گزینه (۴) می‌خورد.
۱۳۸	چون x در صورت حذف نمی‌شود، نیازی به استفاده از هم‌ارزی $ x + \frac{b}{a} \sim \sqrt{x^2 + bx + c}$ نیست و حاصل حد با در نظر گرفتن جملات پرتوان و دقت به $\sqrt{x^2} = x $ ، به سهولت بدست می‌آید.
۱۴۸	سؤال در نگاه اول کمی دشوار می‌نماید. اما در مسیر حل نامعادله $\frac{y}{۲^n} < 0/۴۳۷۵$ ، پس از تقسیم دو طرف بر ۷، همان اعداد آشنا را می‌بینیم: $\frac{y}{۲^n} < 0/۴۳۷۵ \Rightarrow \frac{۱}{۲^n} < 0/۰۶۲۵ \Rightarrow ۲^n > \frac{۱۰۰۰۰}{۶۲۵} = \left(\frac{۱۰۰}{۲۵}\right)^۲ = ۴^۲ = ۱۶ \Rightarrow n > ۴$
۱۴۹	اگر تست کنکور را ندیده باشید، سؤال دشواری است. مساوی قرار دادن حاصل مشتق ضمنی با صفر یا اعداد دیگر، معمولاً وقت گیر است. بعد از رسیدن به این‌که باید $y\sqrt{x} = ۴$ باشد، به جای حل معادله، می‌توانیم گزینه‌ها را در عبارت $\sqrt{\frac{۴}{\sqrt{x}}} + ۴x - ۶x = 0$ قرار دهیم و می‌بینیم $x = ۱$ مناسب است.
۱۵۰	با کمی اغماض در دامنه، قبل از مشتق‌گیری، می‌توانیم ضابطه را به شکل $y = \ln x - \ln x - ۲ $ در آوریم. سپس مشتق اول و دوم تابع به صورت $y' = \frac{۱}{x} - \frac{۱}{x - ۲}$ و $y'' = -\frac{۱}{x^2} + \frac{۱}{(x - ۲)^2}$ کمی ساده‌تر به دست می‌آیند.

*** اصلاحات در سؤال‌ها و پاسخ‌ها**

شماره پرسش	توضیح
۱۲۶	در عبارت $\frac{2}{5} < x \leq 2$ ، باید به جای $\frac{2}{5}$ ، عدد $\frac{5}{2}$ بیاید.
۱۲۸	کلمه «نشدنی» باید از پایان سطر اول به انتهای عبارت ریاضی در سطر دوم برود.
۱۳۲	در صورت این سؤال باید حروف x ، p ، بزرگ نوشته شوند.
۱۳۳	در پاسخ این سؤال از تقریب $\sqrt{2}$ با $\frac{1}{4}$ استفاده می‌شود. بهتر بود در صورت این سؤال و تست سراسری تجربی ۸۸، کلمه «تقریباً» بیاید.
۱۴۶	عبارت «احتمالات مستقل از هم‌اند» معنای ریاضی درستی ندارد. پیشامدها (مثلاً جنسیت فرزندان در این تست) از هم مستقلند نه احتمال‌ها.
۱۴۷	در پاسخ این سؤال بهتر است به جای «تابع توان» از «تابع نمایی» استفاده شود.
۱۴۸	در اولین نامعادله از سمت راست، ممیز فراموش شده است. باید به جای ۰۴۳۷۵، عدد ۰/۴۳۷۵ بیاید. همچنین به جای ۱۰۰۰۰ در صورت کسر، باید ۱۰۰۰۰۰ باشد.
۱۵۵	در صورت سؤال باید حرف C بزرگ نوشته شود.

مهندس موئینی