



سلام!

و بعله! سخت بود! اما خوب بود. می‌دانم خیلی‌های‌تان با این سؤال آمده‌اید این‌جا که ببینید آیا واقعاً سؤال‌ها سخت بوده یا شما خراب کرده‌اید. سؤال‌ها در یک نگاه کلی سخت بود، اما دل‌داری الکی هم به شما نمی‌دهم نباید خیلی خراب کرده‌باشید! توی همین آزمون سخت هم می‌شد یک کارهایی کرد. امیدوارم مدیریت آزمون درستی را سر جلسه کنکور به کار برده‌باشید. امیدوارم به تنگی وقت نیفتاده‌باشید.

یادتان هست در تحلیل آزمون آخر سنجش با چه جمله‌ای شروع کرده‌بودم؟! بروید نگاه کنید، گفته‌بودم سنجش شما را گول می‌زند. سؤال‌های آن آزمون کجا و این آزمون کجا. سؤال‌های آن آزمون تقریباً همه ساده بود. در سؤال‌های آزمون سراسری فقط یک سؤال را می‌شود گفت ساده است. تعداد سؤال‌ها را هم که گفته‌بودم در آزمون سراسری بیشتر می‌دهند.

اما شاید برخلاف صورتان، من از سؤال‌های امسال دفاع می‌کنم و پشت سر طراح یا طراحانش می‌ایستم! چرا؟! چون سؤال‌ها جوری طرح شده‌اند که حق به حقدار می‌رسد، یعنی دانش‌آموزی که خوب درس را بلد بوده، نتیجه می‌گیرد. کسی هم که اتکایش فقط به نکته و تست بوده و درس را درست نفهمیده، الان به احتمال بسیار زیاد آزمونش را خراب کرده‌است.

سؤال‌ها اگر سخت‌بوده برای همه سخت‌بوده، اما در عوض به‌خوبی تفاوت میان دانش‌آموز ضعیف، متوسط و قوی را مشخص می‌کند. درصد مهم نیست. مهم این است که آیا بلید با یک آزمون سخت چه‌طور مواجه شوید و تراز قابل‌قبولی به‌دست آورید. ۱۳ سؤالی که از درس‌های گسسته و جبر و احتمال در کنکور آمده‌است را به شکل زیر می‌توان بخش‌بندی کرد:

ریاضی گسسته و جبر و احتمال	
استدلال	۱ تست (که البته ایده‌ی نظریه‌ی اعدادی دارد.)
مجموعه‌ها	۳ تست (که یکی از آن‌ها (سؤال ۱۴۶) ایده‌ی ترکیبیاتی دارد.)
نظریه‌ی اعداد	۳ تست
احتمال	۴ تست (که یکی از آن‌ها (سؤال ۱۴۷) ایده‌ی ترکیبی نظریه‌ی اعدادی ترکیبیاتی دارد.)
ترکیبیات	۰ تست
گراف	۲ تست

اما اگر بخواهیم سؤال‌ها را از نظر درجه‌ی آسانی و سختی از ۱ تا ۷ درجه‌بندی کنیم (۱ برای خیلی آسان ۲ برای آسان و ... ۷ برای خیلی خیلی سخت) به‌نظر من وضعیت این‌طوری است:



شماره‌ی سؤال	درجه‌ی سختی با توجه به زمان	توضیح
۱۴۳	۵	سؤال ایده‌ی جدیدی دارد.
۱۴۴	۴	تأحدی گمراه‌کننده، دانستن چند مفهوم
۱۴۵	۳	تأحدی وقت‌گیر اما ساده
۱۴۶	۵	وقت‌گیر، نیازمند تسلط بر مفاهیم
۱۴۷	۶	وقت‌گیر، پیچیده، نیاز به تسلط عمیق بر احتمال پیوسته
۱۴۸	۵	ترکیبی، وقت‌گیر، نیاز به محاسبه‌ی دقیق
۱۴۹	۵	وقت‌گیر، جدید، نیاز به دقت زیاد دارد.
۱۵۰	۲	آسان اما نیاز به آشنایی با درخت و ماتریس
۱۵۱	۵	وقت‌گیر، ایده‌ی جدید برای کنکور
۱۵۲	۴	نه‌چندان سخت، اما تأحدی جدید
۱۵۳	۴	وقت‌گیر، احتیاج به دقت دارد، چندمرحله‌ای
۱۵۴	۵	پیچیده، احتیاج به تسلط عمیق روی مفهوم دارد.
۱۵۵	۵	تأحدی پیچیده، نیاز به دقت و تسلط خوب دارد.

می‌بینید که تعداد سؤال‌های سخت آزمون زیاد است و وقتی این تعداد سؤال با درجه‌ی سختی بالا کنار هم می‌آید، ممکن است دانش‌آموز را گیج کند و اعتماد به نفس را از بین ببرد. به نظر من با توجه به ۲۰ دقیقه وقتی که برای پاسخ‌گویی به این ۱۳ سؤال داشته‌اید، اگر درصدهای بین ۳۰ تا ۴۰ باشد، پذیرفتنی است، اگر ۴۰ تا ۵۰، خوب و شک نکنید اگر بالای ۵۰ زده‌باشید، آزمون بسیار خوبی را پشت سر گذاشته‌اید. حالا وقت آن است که برویم طبق شیوه‌ی پیشین سراغ پاسخ‌گویی به سؤال‌ها:

سؤال ۱۴۳: واضح است که عددهای اول هیچ مقسوم‌علیه بزرگ‌تری از یکی غیر از خودشان ندارند. به مجموعه‌ی اعداد اول بین ۲ تا ۳۰ نگاه کنید:

{۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹, ۲۳, ۲۹}

هیچ دو عضوی از این مجموعه‌ی ۱۰ عضوی عامل مشترک ندارند، چون همگی اعدادی اول‌اند اما اگر فقط یک عضو دیگر به این مجموعه اضافه کنیم، حتمن با یکی از اعضای مجموعه عاملی مشترک دارد، بنابراین در هر زیرمجموعه‌ی ۱۱ عضوی لااقل دو عضویشان عامل مشترک غیر از یک دارند.

سؤال، سؤال بسیار خوبی است. هم ایده‌ی تازه دارد، هم کسی که فرایند فکرکردن را خوب آموخته‌باشد، در پاسخ به آن موفق است.



سؤال ۱۴۴: $\{B\}$ یعنی مجموعه‌ای که عضو B است یعنی مثلث یک چنین چیزی:

$$\{a, b\}$$

از طرفی در A نیز این اعضا وجود دارد:

$$A = \{a, b, \{a\}, \{ab\}\}$$

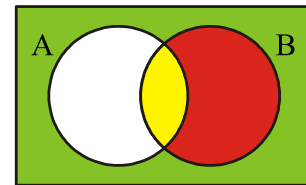
بنابراین $A - \{B\}$ به صورت زیر است:

$$A - \{B\} = \{a, b, \{a\}\}$$

که مجموعه‌ای سه‌عضوی است و ۸ زیرمجموعه دارد اما چون گفته زیرمجموعه‌ی سره و غیرتهی، دوتا از این اعضا کم می‌شود.

سؤال ۱۴۵: هر دو گروه را جداگانه ساده می‌کنیم، سپس اشتراک می‌گیریم:

$$\left. \begin{aligned} [A \cup (A \cap B)]' &= A' \\ [(B \cap A) \cup (B - A)] &= B \end{aligned} \right\} \Rightarrow A' \cap B = A' - B'$$



با توجه به نمودار و ن، برابر است با B .

سؤال ۱۴۶: بررسی هم‌ارزی بودن رابطه کمی کار می‌برد.

$$\forall (x, y) : (x, y)R(x, y) \Leftrightarrow x^2 - x^2 = y^2 - y^2 \Rightarrow \text{بازتابی است.}$$

$$(x, y)R(z, t) \Leftrightarrow (z, t)R(x, y) \Rightarrow x^2 - z^2 = y^2 - t^2 \Leftrightarrow z^2 - x^2 = t^2 - y^2 \text{ تقارنی است.}$$

$$(x, y)R(z, t), (z, t)R(m, n) \Rightarrow (x, y)R(m, n) \Rightarrow x^2 - z^2 = y^2 - t^2, z^2 - m^2 = t^2 - n^2$$

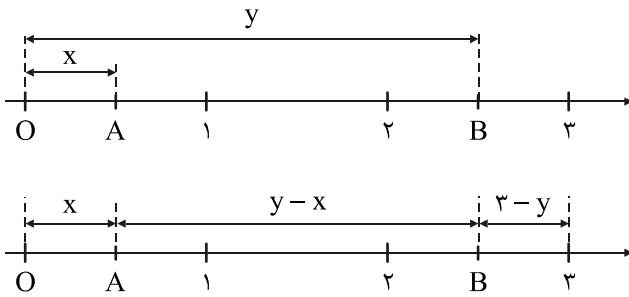
با جمع کردن دو رابطه داریم:

$$x^2 - m^2 = y^2 - n^2 \Rightarrow (x, y)R(m, n) \Rightarrow \text{ترایبایی است.}$$

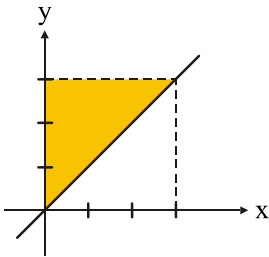
حالا کلاس هم‌ارزی $(3, 0)$ را پیدا می‌کنیم:

$$[(3, 0)] = \{(x, y) : (x, y)R(3, 0)\}$$

که در میان گزینه‌ها فقط $(0, 4)$ چنین خاصیتی دارد.

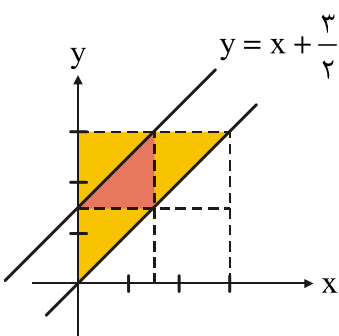


سؤال ۱۴۷: دو نقطه روی محور مشخص می‌کنیم. بدون این‌که از کلیت مسئله کم کنیم. فرض می‌کنیم نقطه‌ی نزدیک‌تر به مبدأ A با طول x و نقطه‌ی دورتر به مبدأ B با طول y باشد. در این صورت طول سه خط به دست آمده x، y-x و 3-y است.



اما برای به دست آوردن فضای نمونه‌ای می‌دانیم:

$$\left. \begin{aligned} &0 < x < 3 \\ &0 < y < 3 \\ &x < y \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{با توجه به این سه شرط فضای نمونه‌ای را مشخص می‌کنیم (قسمت هاشورخورده)}$$



حال اگر بخواهیم با این سه پاره‌خط مثلث درست کنیم، باید مجموع هر دو ضلع از دیگری بیش‌تر باشد. یعنی:

$$\begin{aligned} x + (y - x) > (3 - y) &\Rightarrow y > \frac{3}{2} \\ x + (3 - y) > (y - x) &\Rightarrow y < x + \frac{3}{2} \\ (y - x) + (3 - y) > x &\Rightarrow x < \frac{3}{2} \end{aligned}$$

با توجه به این سه شرط پیشامد موردنظر را پیدا می‌کنیم.

فضای نمونه‌ای مساحت قسمت هاشورخورده و پیشامد موردنظر مساحت قسمت تیره است که بنابراین احتمال موردنظر

$$\text{برابر است با } \frac{1}{4}.$$

توجه: کلید سنجش برای این سؤال نادرست است!

سؤال ۱۴۸: اگر A را مجموعه‌ی اعداد بخش‌پذیر بر ۵ و B را مجموعه‌ی اعداد بخش‌پذیر بر ۶ فرض کنیم، پیشامد موردنظر تعداد اعضای مجموعه‌ی $(A - B) \cup (B - A)$ یا همان $A \Delta B$ خواسته است. می‌دانیم:

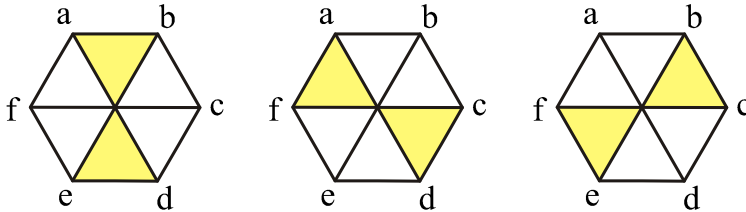
$$\begin{aligned} |A \Delta B| &= |A| + |B| - 2|A \cap B| \\ |A| &= \left[\frac{600}{5} \right] - \left[\frac{100}{5} \right] = 120 - 20 = 100 \\ |B| &= \left[\frac{600}{6} \right] - \left[\frac{100}{6} \right] = 100 - 16 = 84 \end{aligned}$$



$$|A \cap B| = \left[\begin{matrix} 600 \\ 30 \end{matrix} \right] - \left[\begin{matrix} 100 \\ 30 \end{matrix} \right] = 20 - 3 = 17 \Rightarrow |A \Delta B| = 100 + 84 - 34 = 150$$

تعداد کل اعداد نیز برابر $600 - 101 + 1 = 500$ است، داریم:

$$\Rightarrow P(A \Delta B) = \frac{150}{500} = \frac{3}{10}$$



سؤال ۱۴۹: هر قطر دو دور به طول ۴ ایجاد می‌کند، پس تا این جا ۶ دور به طول ۴ از طرفی ۳ دور به طول ۴ شبیه شکل‌های زیر وجود دارد که روی هم می‌شود ۹ تا.

سؤال ۱۵۰: مجموع درایه‌های قطر اصلی A^2 همان مجموع درجات است.

$$\text{در درخت } q = p - 1 \Rightarrow q = 7 - 1 = 6 \Rightarrow 2q = 12$$

سؤال ۱۵۱: عدد موردنظر را باز می‌کنیم:

$$\overline{ababab} = b + 10a + 100b + 1000a + 10000b + 100000a = 10101b + 101010a = 10101(b + 10a)$$

پس عدد موردنظر مضرب ۱۰۱۰۱ است. این عدد را تجزیه می‌کنیم:

$$10101 = 3 \times 7 \times 13 \times 37$$

پس عدد ممکن است بر ۳۱ بخش پذیر نباشد.

سؤال ۱۵۲: ب. م. م دو عدد را d فرض می‌کنیم.

$$(11n + 4, 20n + 9) = d \Rightarrow \begin{cases} d | 11n + 4 \xrightarrow{\text{سمت راست } 20 \times} d | 270n + 100 \\ d | 20n + 9 \xrightarrow{\text{سمت راست } 11 \times} d | 270n + 99 \end{cases} \Rightarrow d | 1 \Rightarrow d = 1$$

پس دو عدد مستقل از مقدار n و همواره نسبت به هم اول‌اند. یعنی رابطه به‌ازای همه‌ی اعداد دو رقمی برقرار است. (می‌دانیم ۹۰ عدد دو رقمی وجود دارد.)

سؤال ۱۵۳:

$$\begin{aligned} 57x - 87y &= 342 \xrightarrow{\div 3} 19x - 29y = 114 \\ 19x &\equiv 114 \xrightarrow{\div 19} x \equiv 6 \Rightarrow x = 29y + 6 \\ x &\Rightarrow \text{کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی} \Rightarrow q = 4 \Rightarrow x_{\min} = 122 \end{aligned}$$



سؤال ۱۵۴:

(اگر از لامپ‌های جعبه‌ی اول است | معیوب باشد) P (جزو لامپ‌های جعبه‌ی اول باشد) P = (لامپ معیوب باشد) P

(اگر از لامپ‌های جعبه دوم است | معیوب باشد) P (لامپ جزو لامپ‌های جعبه‌ی دوم باشد) P +

$$= \frac{8}{14} \times \frac{4}{24} + \frac{6}{14} \times \frac{3}{10} = \frac{19}{100}$$

سؤال ۱۵۵: حالات مطلوب را مشخص می‌کنیم:

زمانی که سکه‌ی اول رو بیاید: $\{(1 \text{ و } 1) \text{ و } (2 \text{ و } 1) \text{ و } (3 \text{ و } 1) \text{ و } (4 \text{ و } 1) \text{ و } (5 \text{ و } 1) \text{ و } (6 \text{ و } 1)\}$

زمانی که سکه‌ی اول پشت بیاید: $\{(1 \text{ و } 2) \text{ و } (1 \text{ و } 3) \text{ و } (1 \text{ و } 4) \text{ و } (1 \text{ و } 5) \text{ و } (1 \text{ و } 6)\}$

حال احتمال همه‌ی حالت‌ها را با هم جمع می‌کنیم:

$$6 \times \frac{1}{12} + \frac{3}{16} = \frac{11}{16}$$

حرف آخر:

شاید این ماجرا را پیش از این خوانده‌باشید، اما به دوباره خواندش می‌ارزد. مکزیکو سیتی - ۲۰ اکتبر ۱۹۸۶ - بازی‌های المپیک، قهرمان مسابقات دو ماراتن وارد استادیوم می‌شود. تماشاچی‌ها از جای خود بلند می‌شوند. پس از طی آخرین مترها، قهرمان از خط پایان می‌گذرد. تماشاچیان به شدت او را تشویق می‌کنند. نور فلاش عکاسان بر چهره‌ی قهرمان نقش می‌بندد. مهم‌ترین مسابقه‌ی المپیک به پایان می‌رسد اما ...

کیلومترها دورتر جان استفان آکواری شرکت‌کننده‌ی تانزانایی در حال دویدن است. او به‌سختی گام برمی‌دارد. درواقع بهتر است بگوییم می‌لنگد. زانویش به‌شدت آسیب‌دیده است و از آن خون بر بانداژی که روی آن بسته‌شده‌است، جریان دارد، اما او همچنان می‌دود ...

در ابتدای مسابقه، آکواری به‌زمین می‌خورد و زانویش زخم عمیقی برمی‌دارد. با توجه به این حادثه او هیچ شانس‌ی برای برنده‌شدن در مسابقه ندارد. پای آکواری بانداژ می‌شود. پزشک مسابقات می‌خواهد او را به بیمارستان ببرد. او باید مسابقه را رها کند، اما او می‌خواهد بدود ...

همه‌ی شرکت‌کنندگان از خط پایان می‌گذرند. تماشاچیان رفته‌رفته استادیوم را ترک می‌کنند. جان استفان آکواری تا انتهای مسیر فاصله‌ی فراوانی دارد اما او هنوز ادامه می‌دهد ...

پس از حدود یک ساعت از زمانی که آخرین شرکت‌کننده از خط پایان عبور کرده، آکواری تازه وارد استادیوم می‌شود. لنگان لنگان مترهای آخر را نیز می‌پیماید. اندک تماشاچیان حاضر در استادیوم او را تشویق می‌کنند. آکواری از خط پایان عبور می‌کند ...

خبرنگاران به او نزدیک می‌شوند: «با توجه به این مصدومیت شدید، چرا به دویدن ادامه دادی درحالی‌که می‌دانستی هیچ شانس‌ی برای برنده‌شدن نداری؟» آکواری به آرامی پاسخ می‌دهد: «کشورم مرا به این‌جا نفرستاده که پس از طی بیش‌تر از ۱۱۰۰۰ کیلومتر، فقط مسابقه را شروع کنم. کشورم مرا به این‌جا فرستاده که مسابقه را به پایان برسانم.»



حالا همین حکایت شما است، مهم نیست که چه رتبه‌ای می‌آورید، مهم این است که تلاشتان را کرده‌اید. باور کنید کنکور همه چیز نیست!

مهندس عطا صادقی