

سلام به همه! پیش از هر چیز، باید عذرخواهی کنم به خاطر تأخیر در پاسخ‌گویی و تحلیل آزمون این دوره و بعد خیلی سریع می‌رویم سراغ سؤال‌های گسسته این آزمون:

در این آزمون ۱۰ سؤال از مباحث گسسته و جبر و احتمال آمده که خُب دست کم ۳ سؤال درکنکور کم‌تر است. پراکندگی سؤال‌ها البته چندان بد نیست:

یک سؤال از گراف یک سؤال از استدلال ریاضی دو سؤال از مجموعه‌ها، یک سؤال از ترکیبیات، دو سؤال از نظریه اعداد و سه سؤال از احتمال.

توی کنکور هم تقریبی چنین اتفاقی خواهد افتاد، حالا شاید با چند تغییر جزئی از نظر درجه‌ی سختی و سادگی سؤال‌ها وضعیت این‌گونه است.

۱۲۷ - سخت	۱۲۸ - ساده	۱۲۹ - سخت	۱۳۰ - متوسط
۱۵۰ - ساده	۱۵۱ - متوسط	۱۵۲ - ساده	۱۵۳ - سخت
۱۵۴ - متوسط	۱۵۵ - متوسط		

از این نظر هم سؤال‌ها بیش‌تر به کنکور سراسری این چند سال اخیر است. **اما نقاط ضعف آزمون:**

- سؤال‌های ۱۵۱ و ۱۵۲ رسمی تکراری‌اند.

- سؤال‌های ۱۲۷ و ۱۵۳ به طرز غیر قابل قبولی سخت هستند.

- تعداد سؤال‌ها نسبت به آزمون سراسری کم‌تر هستند.

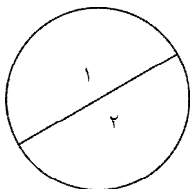
در آخر و پیش از پاسخ‌گویی به سؤال‌ها یک توصیه‌ی دوستانه و البته حرفه‌ای هم برای سازمان سنجش دارم. چرا وقت و انرژی کافی برای آزمونی که این همه حساسیت دارد و بچه‌ها به آن امید دارند، نمی‌گذارید. باور کنید این حق دانش‌آموزها است که آزمون با کیفیت‌تری داشته باشند. کمی سؤال‌انه‌تر رفتار کنید.

۱۲۷: ببینید در کتاب درسی جبر و احتمال در بخشی استدلال ریاضی، وقتی مثال نقش درس داده می‌شود، یک مثالی در کتاب

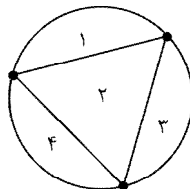
آمده که آیا اگر n نقطه روی یک دایره انتخاب کنیم و همه‌ی آن‌ها را به هم وصل کنیم، دایره به 2^{n-1} قسمت تقسیم می‌شود یا

نه و جالب این‌که به‌ازای $n=1$ تا $n=5$ این فرض برقرار است اما اگر ۶ نقطه روی محیط یک دایره قرار دهیم و همه‌ی آن‌ها

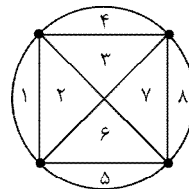
را به هم وصل کنیم دایره به ۳۰ قطعه تقسیم می‌شود. می‌گویید نه، امتحان کنید!



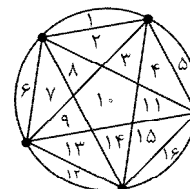
$n = 2$



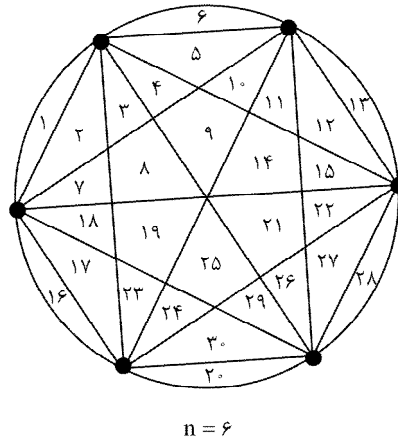
$n = 3$



$n = 4$



$n = 5$



۱۲۸: عدد یک دو بار در مجموعه تکرار شده است. بنابراین مجموعه پنج عضوی است و در نتیجه 2^5 زیر مجموعه دارد.

۱۲۹: فضای نمونه‌ای انتخاب ۲ عدد از ۲۵ عدد است:

$$n(s) = \binom{25}{2} = \frac{25 \times 24}{2} = 300$$

اما تعداد اعدادی که از میان ۱ تا ۲۵ نه مضرب ۲ است و نه مضرب ۳، برابر است با:

$$25 - \left(\left[\frac{25}{2} \right] + \left[\frac{25}{3} \right] - \left[\frac{25}{6} \right] \right) = 25 - (12 + 8 - 4) = 9$$

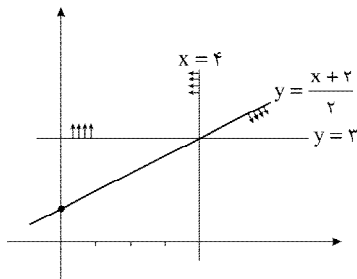
البته یک جور دیگر هم می‌شد این را حساب کرد. اول $\ell(24)$ را پیدا می‌کنیم: $\ell(24) = 2^2 \times 2 = 8$

خب خود عدد ۲۵ هم نه بر ۳ بخش‌پذیر است نه به ۲ پس ۹ عدد در این فاصله وجود دارند که نه بر ۲ بخش‌پذیر است نه بر ۳. حالا باید ۲ تا از این عددها انتخاب کنیم:

$$n(A) = \binom{9}{2} = 36 \Rightarrow p(A) = \frac{36}{300} = \frac{3}{25} = \frac{12}{1000}$$

۱۳۰: اشتراک دو مجموعه را پیدا می‌کنیم. می‌بینیم دو مجموعه فقط در یک نقطه اشتراک

دارند. فاصله‌ی این نقطه را تا مبدأ پیدا می‌کنیم:



$$2y - x \leq 2$$

$$2y \leq x + 2$$

$$y \leq \frac{x+2}{2}$$

$$\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

۱۵۰: گزینه‌ی ۱: تعداد رأس‌های فرد، فرد است.

گزینه‌ی ۲: وقتی ۵ رأس داریم نمی‌توانیم رأس از درجه‌ی ۵ داشته باشیم.

گزینه‌ی ۴: وقتی ۴ رأس غیرایزوله داریم، نمی‌توانیم رأس از درجه‌ی ۴ داشته باشیم.



$$d=8$$

:۱۵۱

$$(a, b) = 104 \Rightarrow a'd + b'd = 108 \Rightarrow a' + b' = 1$$

از طرفی می‌دانیم $[a, b] = a'b'd'$ پس باید حالتی را در نظر بگیریم که حاصل ضرب کما بیش‌ترین مقدار شود.

$$8a \equiv 64 \Rightarrow a \equiv 8 \pmod{8} \Rightarrow a \equiv 8 \equiv -1 \pmod{8} \Rightarrow a = 8k - 1 \Rightarrow a + 1 = 8k$$

$$x_1 \quad x_2$$

۰	۰
۱	۰
۰	۱
۱	۱
۲	۰
۰	۲
۱	۲
۲	۱
۳	۰
۰	۳

:۱۵۳ راه اصلی سؤال بسیار طولانی است. سعی می‌کنیم میان‌بر بزنیم: $0 \leq x_1 \leq 4$

اگر $0 \leq x_1 \leq 4$ و $0 \leq x_2 \leq 4$ باشد یعنی x_1, x_2 هر کدام پنج عدد مختلف می‌توانند بگیرند که $5 \times 5 = 25$ حالت به‌وجود می‌آید. اما بعضی این حالت‌ها غیرقابل قبول هستند. کدام‌ها به آن‌هایی که $x_2 > 4$ باشد. حالت‌های غیرقابل قبول را می‌نویسیم:

می‌بینیم که ۱۰ تا از جواب‌ها غ ق ک است بنابراین تعداد جواب‌های درست برابر $25 - 10 = 15$ است.

:۱۵۴ لاقل ۳ نفر ریاضی باشد یعنی یا ۳ ریاضی و ۲ تجربی یا ۴ ریاضی و یا هر پنج نفر ریاضی:

$$\frac{\binom{7}{3} \binom{5}{2} + \binom{7}{4} \binom{5}{1} + \binom{7}{5}}{\binom{12}{5}} = \frac{35 \times 10 + 35 \times 5 + 21}{792} = \frac{546}{792} = \frac{91}{132}$$

:۱۵۵ فضای نمونه‌ای با توجه به شرط سؤال شامل اعضای زیر است:

- (۲, ۶)
 (۳, ۵)(۳, ۶)
 (۴, ۴)(۴, ۵)(۴, ۶)
 (۵, ۳)(۵, ۴)(۵, ۵)(۵, ۶)
 (۶, ۲)(۶, ۳)(۶, ۴)(۶, ۵)(۶, ۶)
 (۳, ۵)(۵, ۳)(۵, ۵)

اما حالت‌های مطلوب این‌ها هستند:

$$\frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0/2$$

بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با: