

* نگاه کلی

سلامی دیگر به همه‌ی شما و باز هم در خدمت شما هستم با تحلیل درس گسسته و جبر و احتمال در این آزمون سنجش.

۱- چندبار است من می‌گویم؟ نه جداً بروید تحلیل آزمون‌های من را از سال گذشته تا به امروز بخوانید، ببینید چندبار است من گفته‌ام؟ بابا جان تعداد سؤال‌های گسسته و جبر و احتمال در کنکور دست‌کم ۱۳ تا است. هیچ‌سالی کم‌تر از ۱۳ سؤال نداده‌اند، شما برای چه فقط ۹ سؤال در آزمون می‌آورید؟ مگر قرار نیست تعداد سؤال‌ها مشابه آزمون سراسری باشد؟

۲- یکی از سؤال‌ها (۱۲۴) رسماً سؤال نظام‌قدیم است. به‌خدا زشت است برای سنجش. الان چند سال است نظام آموزشی عوض شده‌است؟ هنوز سؤال نظام‌قدیمی می‌دهید آن‌هم وقتی فقط ۹ سؤال داده‌اید؟

۳- طراح‌های محترم سنجش انگار به‌کل فراموش کرده‌اند مباحثی مثل استدلال ریاضی و ترکیبات هم جزء مباحث آزمون است. یعنی واقعاً از دو مبحث هیچ سؤال‌ی نباید توی آزمون بیاید؟

۴- تقریباً نصف سؤال‌های این آزمون از نظریه‌ی اعداد است در صورتی‌که در پنج شش سال گذشته در بهترین شرایط $\frac{1}{4}$ سؤال‌ها از نظریه‌ی اعداد در کنکور آمده‌است.

۵- خیلی از سؤال‌ها عیناً سؤال‌های کنکور سال‌های گذشته‌اند. داوطلبی که سؤال‌های آزمون‌های گذشته را پاسخ داده چگونه توانایی خودش را بسنجد؟ واقعاً نمی‌شود سؤال جدید داد. دست‌کم سؤال‌های مشابه با سؤال‌های کنکور طرح کرد، نه همان سؤال‌ها با همان عددها؟

۶- سؤال‌های سنجش در کل (البته وضع در این آزمون کمی بهتر است.) نسبت به سؤال‌های آزمون سراسری ساده‌تراند. دانش‌آموزان گرامی لطفاً گول این سؤال‌ها را نخورید. سؤال‌های کنکور به احتمال زیاد سخت‌تر از این‌ها هستند.

۷- من نمی‌دانم چرا سازمان سنجش هیچ تلاشی در بالا بردن کیفیت آزمون انجام نمی‌دهد؟ حیف است در مورد آزمونی با این‌همه مخاطب این‌همه بی‌توجهی صورت بگیرد.

سؤال ۱۲۵:

از دو راه به پرسش پاسخ می‌دهیم. روش نخست این است که برآمدهای دلخواه‌مان (پیش‌آمد A) را بنویسیم و شانس رخ دادن آن‌را پیدا کنیم.

$A = \{(1, 1)(1, 2)(2, 1)(2, 2)(3, 1)(3, 2)(4, 1)(4, 2)(5, 1)(5, 2)(6, 1)(6, 2)\}$ همان‌طورکه می‌بینید پیش‌آمد A دارای ۶ برآمد است که شانس رخ

$$\text{دادن هر کدام برابر } \frac{1}{36} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \text{ است، بنابراین: } P(A) = 6 \times \frac{1}{36} = \frac{1}{6}$$



$P =$ (جمع عددهای روشده کم‌تر از ۸ باشد)

$= P$ (تاس اول بزرگ‌تر از ۳ باشد / جمع عددهای روشده کم‌تر از n باشد) P (تاس اول بزرگ‌تر از ۳ باشد)

تاس اول به چه احتمالی بزرگ‌تر از ۳ می‌آید؟ $\frac{1}{3}$

اگر تاس اول بزرگ‌تر از ۳ آمده باشد، یعنی $\{۴, ۵, ۶\}$ آمده است، تاس دوم هم که ۶ حالت دارد $\{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}$ در این صورت فضای نمونه‌ای، دارای ۱۸ است که ما دنبال ۶ عضو آن که در بالا آمده هستیم؛ پس:

$$P = (\text{تاس اول بیش‌تر از ۸} / \text{مجموع کم‌تر از ۸}) = \frac{۶}{۱۸} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow P = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۶}$$

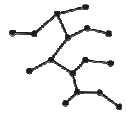
سؤال ۱۵۰:

خُب، این سؤال کنکور را تا به امروز در n آزمون مختلف داده‌اند. جلسه‌ی اول سؤال به معنی این است که با یک درخت سر و کار داریم. می‌دانیم که درخت $q = p - ۱$ بنا بر این:

$$p = ۷ + ۰ + k \Rightarrow p = ۱۲ + k$$

$$۲q = ۷ + ۱۰ + ۳k \Rightarrow p = \frac{۱۷ + ۳k}{۲}$$

$$q = p - ۱۰ \Rightarrow \frac{۱۷ + ۳k}{۲} = ۱۱ + k \Rightarrow ۱۷ + ۳k = ۲۲ + ۲k \Rightarrow k = ۵$$



سؤال ۱۲۳:

اول دو مجموعه‌ی A و B و سپس $A \cap B$ را تشکیل می‌دهیم.

$$\begin{cases} A = \{-۱, ۱, ۳\} \\ B = \{۱, ۲, ۳\} \end{cases} \Rightarrow A \cap B = \{۱, ۳\}$$

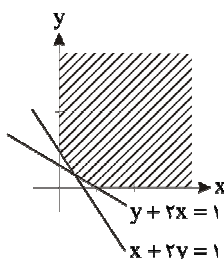
داریم:

$$A^c - B^c = |A^c| - |(A \cap B)^c| = ۹ - ۴ = ۵$$

بنابراین مجموعه‌ی $A^c - B^c$ دارای ۲° یا ۳۲ زیرمجموعه است.

سؤال ۱۲۴:

یادش به‌خیر این سؤال برمی‌گردد به دهه‌ی شصت که من دانش‌آموز دبیرستان بودم. گویا طراح طراح‌های محترم سازمان سنجش نگاه به سرفصل کتاب‌های درسی نمی‌کنند و یک بانک سؤالی برای خودشان دارند و همه‌ی سؤال‌ها را ریخته‌اند توی یک کیسه و همین‌طور شانسی یک سؤال درمی‌آوردند، اصلاً هم برایشان مهم نیست که این سؤال از چه بخشی است. آیا این بخش هنوز در کتاب هست یا نه؟ به هر حال، فرض می‌کنیم این سؤال از سؤال‌های بخش رابطه‌ها است و آنرا



پاسخ می‌دهیم:



ابتدا خط‌های $x + 2y \geq 1$ و $y + 2x \geq 1$ را رسم می‌کنیم و بخش خواسته‌شده را روی محورهای مختصات مشخص می‌کنیم. روشن است کم‌ترین مقدار $x + 2y$ محل تلاقی دو خط است که در نتیجه $x + 2y$ برابر ۱ است.

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ y + 2x = 1 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{3}$$

سؤال ۱۵۱:

معادله‌ی هم‌نهستی را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} 13a \equiv 11 \equiv 2 \\ 9a \equiv 0 \end{cases} \xrightarrow{-} \begin{cases} 13a \equiv 11 \\ 9a \equiv 0 \end{cases} \xrightarrow{\div 2} \begin{cases} 13a \equiv 11 \\ 9a \equiv 0 \end{cases} \Rightarrow a \equiv 0 \Rightarrow a = 9k + 0$$

از طرفی a باید بین ۱۰۰ و ۲۰۰ باشد. داریم:

$$100 < 9k + 0 < 200 \Rightarrow 90 \leq 9k \leq 190 \Rightarrow 10/9 < k < 21/9$$

پس k از ۱۱ تا ۲۱ می‌تواند $11 - 11 + 1 = 11$

سؤال ۱۵۲:

اگر دو عدد عضو یک کلاس هم‌ارزی باشند، باقی‌مانده‌های آن‌ها در تقسیم به ۷ یکسان است، گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱) $19 \equiv 2 \pmod{7}$ $35 \equiv 0 \pmod{7}$ ×

۲) $19 \equiv 2 \pmod{7}$ $45 \equiv 3 \pmod{7}$ ×

۳) $13 \equiv 6 \pmod{7}$ $39 \equiv 4 \pmod{7}$ ×

۴) $11 \equiv 4 \pmod{7}$ $32 \equiv 4 \pmod{7}$ درست

سؤال ۱۵۳:

می‌دانیم برای پیدا کردن رقم یکان a^n کافی است باقی‌مانده‌ی a را برابر ۱۰ و n را بر ۴ جایگزین کرد و در مواقعی که n بر ۴ بخش‌پذیر باشد به جای n عدد ۴ را قرار داد. داریم:

$$18^{2010} \equiv 8^4 = (8^2)^2 = (64)^2 \Rightarrow 4 \times 4 = 16$$

پس یکان عدد موردنظر ۶ است.

سؤال ۱۵۴:

می‌دانیم اگر n فرد باشد $a + b \mid a^m + b^m$ برقرار است. اگر a را برابر 2^1 ما را برابر ۱ و m را برابر $2k + 1$ بگیریم داریم:



$$2^6 + 1 \mid (2^6)^{2k+1} + 1 \Rightarrow 65 \mid 2^{12k+6} + 1$$

پس n باید به صورت $12k+6$ باشد. داریم:

$$0 < 12k+6 < 100 \Rightarrow k = 0, 1, 2, \dots, 7$$

به ازای ۸ مقدار k رابطه برقرار است.

سؤال ۱۵۵:

فضای نمونه‌ای انتخاب ۳ مهره از میان ۵ مهره است:

$$x(S) = \binom{5}{3} = 10$$

پیش‌آمد موردنظر حالت‌هایی است که جمع سه عدد فرد باشد. اگر بخواهیم جمع سه عدد فرد باشد یا باید هر سه فرد باشند، یا دو تا زوج و یکی فرد. حالت‌های مطلوب به صورت زیرند:

زوج‌ها $\{2, 4\}$ فردها $\{1, 3, 5\}$

$$\binom{3}{3} + \binom{3}{1} \binom{3}{2} = 1 + 3 = 4 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(???)} = \frac{4}{10}$$

هر سه فرد
زوج فرد
دو و یک

مهندس عطا صادقی