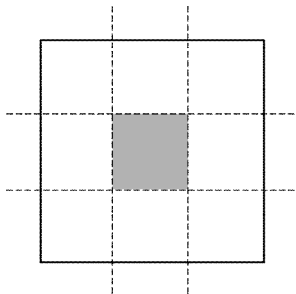


* نگاه کلی

و این هم از آخرین آزمون سنجش و حالا فقط مانده خود کنکور. امیدوارم هنوز کمی از نفستان برای این روزهای آخر باقی مانده باشد! می‌دانید که این روزهای آخر، روزهای جمع‌بندی نهایی درس‌هاست و خیلی مهم است. اما سنجش رسمن آدم را حرص می‌دهد. ۱۲ سؤال گسسته و ۸ تا آن تکراری!! (سؤال‌های ۱۱۶، ۱۱۸، ۱۱۹، ۱۲۰، ۱۲۱، ۱۵۰، ۱۵۱ و ۱۵۵ پیش از این در کنکور سال‌های قبل آماده است.) من نمی‌دانم چرا سازمان سنجش این کار را می‌کند؛ باور کنید برای سازمانی که نام سنجش را بر خود دارد با آن همه اعتبار بسیار بد است؛ یعنی واقع نمی‌توانید ۱۳ سؤال گسسته خوب طرح کنید؟! آیا می‌دانید هر سال چند سؤال گسسته‌ی کنکور تکراری‌ست؟ من نمی‌دانم چرا سازمان سنجش این کار را می‌کند. این روزها بچه‌ها دارند سؤال‌های سال‌های قبل را پاسخ می‌دهند، به نظر تان وقتی ۸ سؤال از ۱۲ سؤال را قبلن دیده‌اند، درصدشان واقع می‌تواند نشان‌دهنده‌ی سوادشان باشد؟ آیا آزمونی که بیش از ۵۰ هزار نفر در آن شرکت می‌کنند ارزش این را ندارد که سؤال درست برایش طرح شود؟! اما جدای تکراری بودن، سؤال‌ها دو مشکل دیگر نیز دارند. اول این که کمی زیادی به پایه پرداخته شده در حالی که در کنکور این‌طور نیست و دوم این که سؤال‌ها واقعاً ساده‌تر از کنکورهای چند سال اخیر طراحی شده‌اند. در این آزمون ۱۲ سؤال حداقل یکی کمتر از آزمون سراسری از مباحث گسسته و حبروا احتمال آمده که ۲ تا از استدلال ریاضی، ۲ تا از مجموعه‌ها، ۱ سؤال از گراف، ۳ سؤال نظریه اعداد، ۱ سؤال از ترکیبیات، و ۳ سؤال از احتمال آمده است.

حال می‌پردازیم به پاسخ سؤال‌ها:

سؤال ۱۱۶: گزینه ۲



اگر بخواهیم کل سکه داخل مربع باشد با توجه به این که شعاع سکه ۲ واحد است، مرکز سکه باید از هر ضلع دست کم ۲ واحد فاصله داشته‌باشد؛ بنابراین مرکز سکه باید داخل مربع هاشورخورده باشد، بنابراین:

$$p = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

سؤال ۱۱۷: گزینه ۱

مجموع احتمال‌ها همواره برابر ۱ است. بدیهی است تعداد پیروزی‌ها ممکن است دست کم صفر و حداکثر ۱۲ باشد.

سؤال ۱۱۸: گزینه ۴

مثلن توان سوم $\frac{1}{p}$ کوچک‌تر از توان دوم آن است.

سؤال ۱۱۹: گزینه ۱

$$A' \Delta B' = (A' - B') \cup (B' - A') = (A' \cap B) \cup (B' \cap A) = (B - A) \cup (A - B) = A \Delta B$$

سؤال ۱۲۰: گزینه ۴

اگر فرض کنیم در هر کدام از ماه‌های فروردین تا اسفند ۳ نفر به دنیا آمده باشند، روی هم می‌شود ۳۶ نفر. اما نفرات ۳۷م تا ۴۳م دست کم یکی از گروه‌ها را حداقل ۴ نفری خواهد کرد.



سؤال ۱۲۱: گزینه ۱

$$A \times B - B \times A = \emptyset \Rightarrow A \times B \subseteq B \times A \Rightarrow \begin{cases} A \subseteq B \\ B \subseteq A \end{cases} \Rightarrow A = B$$

بنابراین $A \cap B = A$ است و تهی نیست.

سؤال ۱۵۰: گزینه ۳

حاصل ضرب درجه‌های رأس‌ها برابر ۱۸ نمی‌تواند باشد؛ چون: $18 = 3 \times 3 \times 2 \times 1$ و گراف نمی‌تواند سه رأس از درجه فرد داشته باشد.

سؤال ۱۵۱: گزینه ۲

$$m | 233 - 72 \Rightarrow m | 161 \Rightarrow m | 7 \times 23$$

اما می‌دانیم $(m, 7) = 1$ است پس در نتیجه $m = 23$

$$23^7 \equiv 2 \pmod{23} \Rightarrow 23^{23} \equiv 2 \pmod{23}$$

حالا باید باقی‌مانده 23^{23} را بر ۷ به دست آوریم:

$$23^7 \equiv 1 \pmod{7} \Rightarrow 23^{21} \equiv 1 \pmod{7} \Rightarrow 23^{23} \equiv 4 \pmod{7}$$

سؤال ۱۵۲: گزینه ۱

$$afb^3c^5 \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow a + f + b + 3 + 5 \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow a + b + 12 \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow a + b \equiv -12 \pmod{9}$$

$$\Rightarrow a + b \equiv 6 \pmod{9} \Rightarrow a + b = 6 \text{ یا } 15$$

$$afb^3c^5 \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow 5 - 3 + b - 4 + a \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow a + b - 2 \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow a + b \equiv 2 \pmod{11} \Rightarrow a + b = 2 \text{ یا } 13$$

بنابراین به‌ازای هیچ مقداری از a و b عدد بر ۹۹ بخش‌پذیر نیست.

سؤال ۱۵۳: گزینه ۳

$$R = \{(a, a), (a, b), (b, c), (c, d), (d, a)\}$$

$$\Rightarrow \text{RoR} = \{(a, a), (a, b), (b, a), (a, c), (b, d), (c, a), (d, b)\}$$

RoR دارای ۷ عضو است، بنابراین M^{121} دارای ۷ درایه ۱ است.

سؤال ۱۵۴: گزینه ۴

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{\binom{3}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} \right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{\binom{5}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{8}{2}} \right) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{9}{21} + \frac{13}{28} \right) = \frac{25}{56}$$

احتمال آن‌که طرف اول را انتخاب کنیم

احتمال هم‌رنگ بودن ۲ مهره طرف اول



سؤال ۱۵۵: گزینه ۲

$$(a, 90) = 1 \Rightarrow (a, 2 \times 3^2 \times 5) = 1 \Rightarrow a \text{ عوامل } 2, 3, 5 \text{ را ندارد.}$$

a فرد است و می‌دانیم مربع عدد فرد در تقسیم به ۸ باقیمانده‌ای برابر ۱ دارد.

$$a^4 - 1 = (a^2 - 1)(a^2 + 1) = (4q + 1 - 1)(4q + 2) = 8q(4q + 1) \Rightarrow 16 \mid a^4 - 1 \quad (\text{I})$$

$$(a, 3) = 1 \Rightarrow a^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow a^4 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow 3 \mid a^4 - 1 \quad (\text{II})$$

$$(a, 5) = 1 \Rightarrow a^4 \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow 5 \mid a^4 - 1 \quad (\text{III})$$

با توجه به (I)، (II) و (III):

$$\{16, 3, 5\} \mid a \Rightarrow 240 \mid a$$

مهندس عطا صادقی