

سلام خدمت همه‌ی دوستان! خوبین؟ خُب، ما آن‌قدر سر این سازمان سنجش غر زديم که تعداد سؤال‌های گسسته‌تان نسبت به کل سؤالات کم است تا بالاخره تصميم گرفتند خودشان را اصلاح کنند! در این آزمون، ۷ سؤال از ۳۰ سؤال مربوط به ریاضیات گسسته است که نسبت قابل‌قبولی است. جدای از آن، از سؤالات این آزمون واقعن شگفت‌زده‌شدم! نه‌نتها غلط ندارد، بلکه حتی کیفیت سؤالات خوب است و آزمون، آزمون استاندارد است. باور می‌کنید؟! تنها سوتی‌ای که در سؤالات وجود دارد مربوط است به صورت سؤال ۱۰۵ جایی که آمده: «به چند طریق می‌توان یک گروه ۵ نفری از میان ۵ دانش‌آموز و ۴ دانشجو انتخاب کرد، به‌طوری‌که در هر گروه فقط ۳ دانشجو عضویت داشته‌باشد؟» که وقتی قرار است یک گروه انتخاب شود، گفتن هر گروه دیگر معنی ندارد و فقط ممکن است داوطلب بیچاره را گیج کند.

اما از هفت سؤال این آزمون، ۳ تا مربوط است به بحث آنالیز ترکیبی و احتمال، دو تا از نظریه اعداد است و دو تا هم از بخش مجموعه‌های کتاب جبر و احتمال و ترکیبیات کتاب گسسته. سه سؤال مربوط به احتمال هر سه ساده‌اند. از سؤالات مربوط به بحث مجموعه‌ها و رابطه‌ها سؤال ۱۱۴ ساده است، اما سؤال ۱۱۶ جای کار دارد و وقت‌گیر است. هر دو سؤال مربوط به نظریه‌ی اعداد هم خوبند، سؤال ۱۲۸ که واقعن سخت است. اما برویم سراغ سؤال‌ها:

۱۰۵:

برای داشتن گروه ۵ نفره با شرایط گفته‌شده، باید سه دانشجو از میان ۴ دانشجو و ۲ دانش‌آموز از میان ۵ دانش‌آموز انتخاب کرد. داریم:

$$\binom{4}{3} \times \binom{5}{2} = 4 \times 10 = 40$$

۱۱۴:

$$(A' - B)' = (A' \cap B')' = A \cup B$$

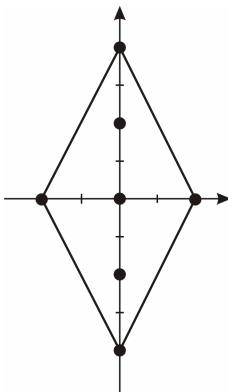
۱۱۵:

$$P(\text{اولی سفید و دومی سیاه}) = P(\text{اولی سفید} | \text{دومی سیاه}) \times P(\text{دومی سیاه}) = \frac{4}{9} \times \frac{5}{8}$$

اگر یک مهره‌ی سفید از ظرف خارج شده‌باشد، ۵ مهره‌ی سیاه و ۳ مهره‌ی سفید باقی‌می‌ماند.

۱۱۶:

بهتر است اول نمودار رابطه‌ی $2|x| + |y| = 2$ را رسم کنیم، سپس نقاط با مختصات صحیح در داخل آن را بشماریم.



مشاهده می‌شود که هفت نقطه با مختصات صحیح در رابطه‌ی داده‌شده صدق می‌کند.



:۱۲۸

خب، می‌دانیم براساس قضیه‌ی بزو کوچک‌ترین عضو مثبت مجموعه‌ی $\{ma + nb : m, n \in \mathbb{Z}\}$ برابر است با (a, b) بنابراین کوچک‌ترین عضو، مثبت مجموعه‌ی $\{91a + 63b : a, b \in \mathbb{Z}\}$ برابر است با: $(91, 63) = 7$ بنابراین باید $a + b$ را در حالی پیدا کنیم که $91a + 63b = 7$ شود. داریم:

$$\begin{cases} 13a + 9b = 1 \\ a = -2 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = 1$$

یا از راه هم‌نهشتی:

$$\begin{cases} 13a \equiv 1 \\ 9a \equiv 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13a \equiv 1 \\ 9a \equiv -8 \end{cases} \Rightarrow a \equiv -2 \Rightarrow \begin{cases} a = 9k - 2 \\ b = -9k + 3 \end{cases}$$

:۱۲۹

می‌دانیم اگر A و B دو پیش‌آمد ناسازگار باشند $P(A \cap B) = 0$ است، بنابراین $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

:۱۳۰

می‌دانیم شرط جواب معادله‌ی $ax + by = c$ آن است که $c | (a, b)$ داریم: اما اگر $d = (a, b)$ باشد، داریم:

$$\begin{cases} d | 10 + b \\ d | b \end{cases} \Rightarrow d | 10 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 2 \text{ یا } 5 \text{ یا } 10$$

حال اگر d عامل سه داشته باشد یعنی ۲ یا ۵ باشد، معادله جواب ندارد. در میان گزینه‌ها فقط ۱۰ عامل سه ندارد. برای محکم‌کاری چک هم می‌کنیم:

$$1: (40, 30) = 10 / 10$$

$$2: (30, 10) = 10 / 10$$

$$3: (20, 5) = 5 / 10$$

$$4: (18, 3) = 3 / 10$$

مهندس عطا صادقی

کتاب جامع و آموزنده‌ی ریاضیات گسسته تألیف آقایان عطا صادقی و احسان موسوی (انتشارات فار)

منتشر شد!