

* نگاه کلی

من فکر می‌کنم آرام آرام دارم عاشق طراح یا طراحان سؤالات جبر و احتمال و گسسته‌ی سنجش می‌شوم! باور کنید عالی هستند و قشنگ دارند مفاهیم جدیدی را وارد ریاضیات می‌کنند. مثلن این سؤال آزمون آخر را بخوانید:

۱۱۹- اگر $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ مجموعه‌ی A^2 چند عرضه دارد؟

ببینید! مفهوم عرضه‌داشتن ریاضی شده! چه قدر خوب، چه قدر خوب. کاش با مفاهیم دیگر هم، همین‌کار را بکنند! مثلن چه قدر خوب می‌شود در آزمون‌های بعدی سؤال‌هایی شبیه سؤال‌های زیر داشته باشیم:

* رابطه‌ی $\{(1, 2), (2, 3)\}$ که روی مجموعه‌ی $\{1, 2, 3\}$ تعریف شده، چه قدر شرف دارد؟
یا

* پیش‌آمد $\{2, 4, 6\}$ از فضای نمونه‌ای $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ چه قدر باتقواست؟

(این سؤال با سؤال ۱۱۸ آزمون قبل تفاوت خاصی نداشت جز آن‌که در صورت آن سؤال به جای «عرضه»، «عضو» آمده است!)

۱۱۸- کدام رابطه هم‌ارزی است؟

(۱) کوچک‌تر

طراح محترم خیلی به ایجاز اهمیت می‌دهد. کوچک‌تر! اصولن همه چیز را به قرینه‌ی نمی‌دانم چی (احتمالن قرینه‌ی طراحی!) حذف کرده است. منظور از کوچک‌تر- که یک صفت تفضیلی است- کوچک‌تر بودن در مجموعه‌ی اعداد یا احتمالن یک مجموعه‌ی دیگر است که طراح محترم چون حس و حال نداشته و به اختصار نیز علاقه داشته، نوشته کوچک‌تر! اشکالی ندارد که! اصلن این چیزها به من چه، بهتر است خود دکتر سبطی بیاید ایرادهای این مدلی را پیدا کند و من جواب سؤال را بدهم و تحلیل را بنویسم.

همان‌طور که در آزمون قبلی هم حدس زده بودیم، طراحان محترم دارند آزمون به آزمون تعداد سؤالات مربوط به بحث گسسته و جبر و احتمال را بیش‌تر می‌کنند. این بار شده ۷ سؤال از ۳۰ سؤال که انصافن تعداد قابل‌قبولی است. از این هفت سؤال یکی مربوط می‌شود به بحث آنالیز ترکیبی، سه تا مربوط می‌شود به فصل مجموعه‌های جبر و احتمال و بالاخره سه تا مربوط است به بحث نظریه‌ی اعداد کتاب گسسته.

سؤال مربوط به آنالیز ترکیبی، سؤال خوبی است و یک تفکیک باید در آن انجام داد که نیاز به دقت دارد. از سه سؤال مربوط به کتاب جبر و احتمال، دو سؤال ۱۱۸ و ۱۱۹ ساده‌اند ولی سؤال ۱۲۰ کمی وقت‌گیر است و محاسبه می‌خواهد.

از سه سؤال نظریه‌ی اعداد هم اولی بسیار ساده، دومی مشابه سؤال کنکور سراسری سال‌های قبل است ولی سومی سؤال بدی نیست و دانش‌آموزی که قضیه‌ی فرما را بلد نباشد، کمی دچار دردسر می‌شود. در مجموع سؤال‌های گسسته‌ی این آزمون خوب است و البته کمی نسبت به سؤالات مشابه‌اش در کنکور سراسری آسان‌تر است. اما بپردازیم به سؤال‌ها:

سؤال ۱۰۸:

چون اگر یکان عدد صفر باشد، برای صدگان پنج حالت انتخاب داریم ولی اگر یکان عدد غیرصفر باشد، برای صدگان چهار حالت انتخاب داریم، ناچاریم مسئله را روی یکان صفر یا ۵ تفکیک کنیم، بعد جواب‌ها را با هم جمع کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} \boxed{5} \quad \boxed{4} \quad \boxed{1} = 20 \\ \boxed{4} \quad \boxed{4} \quad \boxed{1} = 16 \end{array} \right\} \Rightarrow 20 + 16 = 36$$

الف) یکان عدد صفر باشد
ب) یکان عدد ۵ باشد

فقط در قسمت پاسخ قسمت (ب) آمده $\frac{4}{5} \times (5 \times 4)$ که جدن من نمی‌فهم این محاسبه از کجا آمده. شما اگر فهمیدید من را هم خبر کنید!

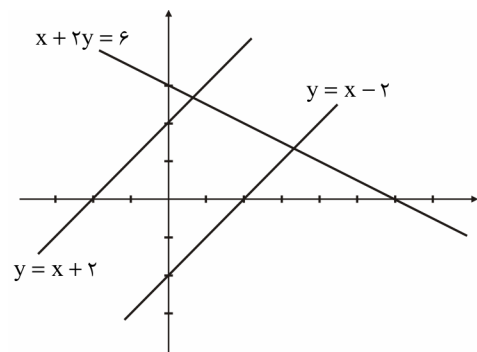
سؤال ۱۱۸:

سؤال ساده‌ای است، کوچک‌تر بودن بازتابی ندارد چون هیچ چیز یا عددی از خودش کوچک‌تر نیست. عمود بودن در خطوط تریایبی ندارد چون اگر d بر d' عمود و d' نیز بر d'' عمود باشد d به d'' عمود نیست و بالاخره بخش‌پذیری هم تقارنی ندارد چون مثلث وقتی ۴ بر ۲ بخش‌پذیر است، ۲ بر ۴ بخش‌پذیر نیست.

سؤال ۱۱۹:

این سؤال خیلی خیلی مشابه سؤال ۱۱۸ آزمون قبلی است و نکته‌ی خاصی ندارد (البته به جز عرضه!) وقتی مجموعه‌ی A سه عضوی است، A^2 نه عضو دارد دیگر!

سؤال ۱۲۰:



خب این سؤال یک‌کمی وقت‌گیر است. اول باید دید دورترین نقطه‌ی اشتراک دو رابطه‌ی $|x - y| < 2$ و $x + 2y < 6$ در ربع اول کجا می‌شود، بعد فاصله‌اش را تا مبدأ به دست آورد.

$$x - y < 2 \Rightarrow y > x - 2$$

$$-2 < x - y \Rightarrow y < x + 2$$

مشاهده می‌شود دورترین نقطه‌ی محل تقاطع دو خط $y = x - 2$ و $x + 2y = 6$ است.

$$\begin{cases} y = x - 2 \\ 2y + x = 6 \end{cases} \Rightarrow x - 2 + 2x = 6 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{2}{3} \sqrt{29}$$

سؤال ۱۲۸:

واقعن سؤال ساده‌ای است. دو عدد ۵۹ و ۲۳ هر دو به ۱۲ باقی‌مانده‌ای برابر ۱۱ دارند.

سؤال ۱۲۹:

سؤال بدی نیست، اما چون مشابه‌اش قبلن در کنکور آمده، ایده‌اش دیگر بیات شده‌است!

$$(2n!) = 2n \times (2n-1) \times (2n-2) \times (2n-3) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

اعداد بین $1 + (2n!)$ و $2n + 2n!$ عبارتند از:

$2n! + 2$ مضرب ۲

$2n! + 3$ مضرب ۳

$2n! + 4$ مضرب ۴

$2n! + (2n-1)$ مضرب $2n-1$

چون $2n!$ همگی عوامل بین ۱ تا $2n$ را دارد، بنابراین هیچ‌کدام از اعداد اول نیستند.

سؤال ۱۳۰:

با قضیه‌ی فرما سؤال راحت‌تر پاسخ داده می‌شود:

$$\left. \begin{array}{l} 7^{16} \equiv 1 \Rightarrow 7^{32} \equiv 1 \\ 8^{16} \equiv 1 \Rightarrow 5 \times 8^{16} \equiv 5 \end{array} \right\} \Rightarrow 7^{32} - 5 \times 8^{16} \equiv -4 \equiv 13$$

مهندس عطا صادقی

کتاب جامع و آموزنده‌ی ریاضیات گسسته تألیف آقایان عطا صادقی و احسان موسوی (انتشارات فار)

منتشر شد!